

Chapitre 4

Fonctions polynômes de degré 2

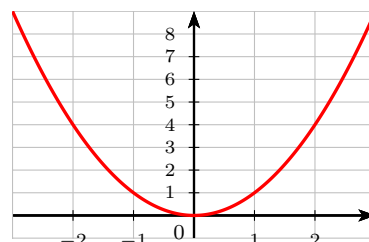
I. Quelques rappels

1. La fonction carré

Définition : fonction carré

On appelle **fonction carré**, la fonction qui à un nombre réel associe son carré. En d'autres termes, la fonction carré est la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2$$



2. Équation de la forme $x^2 = c$

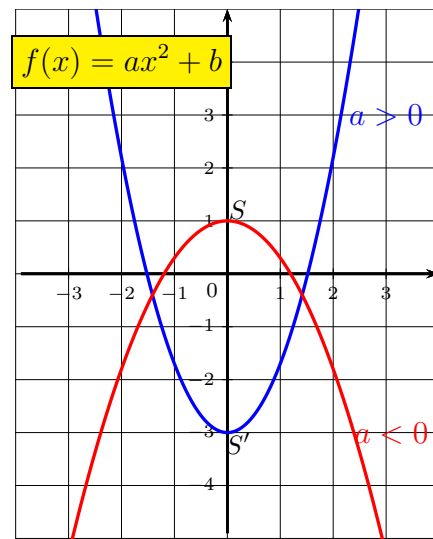
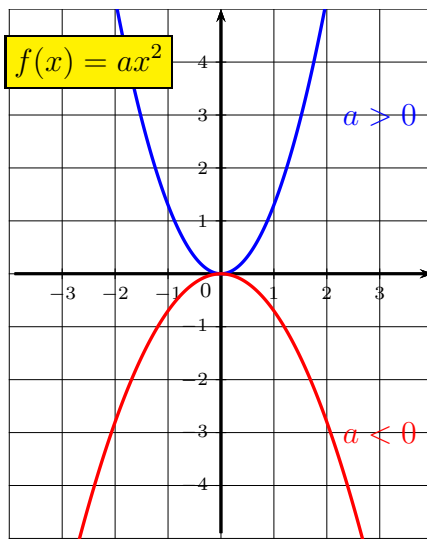
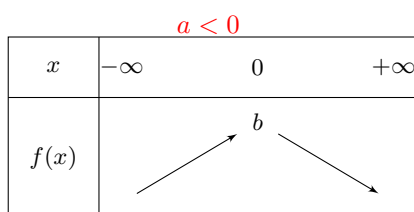
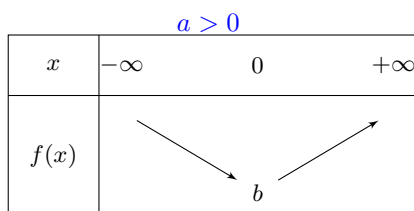
Méthode

- si $c < 0$, l'équation n'a pas de solution réelle ;
- si $c = 0$, l'équation admet une unique solution : $x = 0$;
- si $c > 0$, l'équation admet deux solutions : $x = -\sqrt{c}$ et $x = \sqrt{c}$.

II. Fonctions polynômes du second degré $x \mapsto ax^2$ et $x \mapsto ax^2 + b$

Définition

Les fonctions définies sur \mathbb{R} par $x \mapsto ax^2$ et $x \mapsto ax^2 + b$, avec a et b réels et $a \neq 0$ sont des fonctions polynômes du second degré. Leur représentation graphique s'appelle **une parabole** (elle est tournée vers le haut si $a > 0$ et vers le bas si $a < 0$).



Propriété

Dans un repère orthogonal, toute fonction polynôme du second degré est représentée par une parabole \mathcal{P} . La parabole \mathcal{P} admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées (Oy). Le point d'intersection de la parabole \mathcal{P} et de l'axe (Oy) est appelé **sommet** de la parabole. Il est noté S . Il a pour coordonnées $S(0 ; b)$.

III. Fcts polynômes de degré 2 de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$

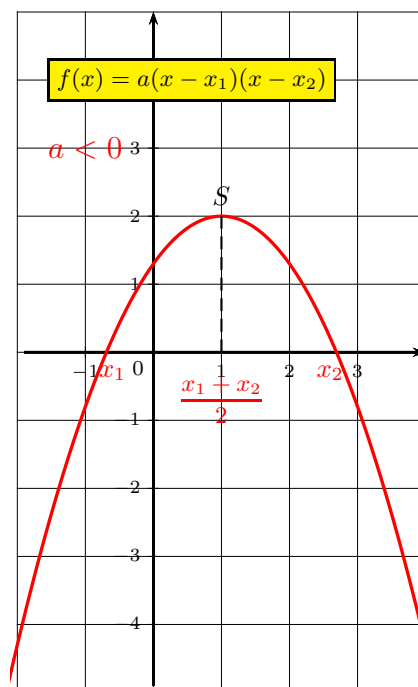
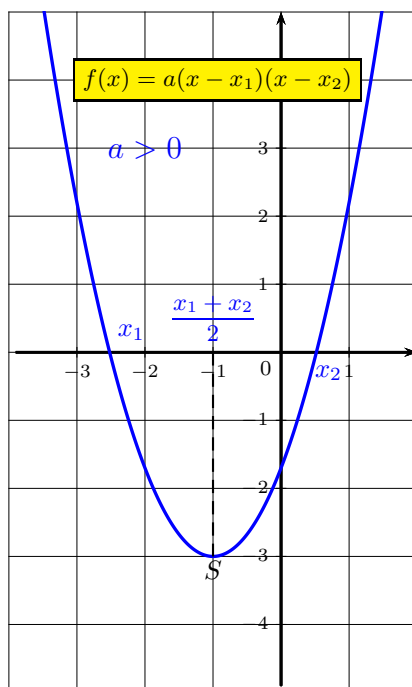
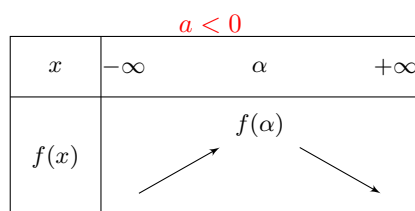
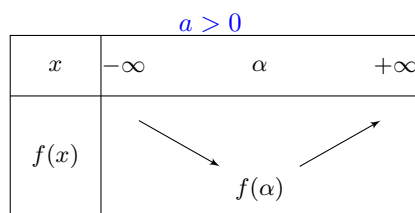
Définition : Racines d'un polynôme du second degré

Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} . On appelle racine de f toute solution de l'équation $f(x) = 0$. Autrement dit, les racines de f sont les antécédents de 0 par la fonction f .

1. Symétrie et variations

Propriété

Dans un repère orthogonal, toute fonction du type $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$ est représentée par une parabole qui admet pour sommet le point S d'abscisse $\alpha = \frac{x_1 + x_2}{2}$ et pour axe de symétrie la droite verticale d'équation $x = \alpha$.



Remarques :

- x_1 et x_2 sont les racines du polynôme. Ce sont les abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses ;
- Si $x_1 \neq x_2$, la parabole d'équation $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ coupe l'axe des abscisses (Ox) en deux points distincts d'abscisses x_1 et x_2 ;
- Le nombre α est la moyenne des racines x_1 et x_2 .

2. Signe d'une fonction polynôme du second degré

Méthode

Pour étudier le signe d'une fonction polynôme du second degré de la forme $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)$, on étudie le signe de chacun des trois facteurs et on dresse un tableau de signes.