

Chapitre 9

Dérivation II

Chapitre 9
1STMG.150 Connaître le lien entre le signe de f' et le sens de variation de f .
1STMG.151 Calculer la dérivée d'une fct polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
1STMG.152 Déterminer les variations et les extremums d'une fonction polynôme de degré 2 ou 3.

I. Fonction dérivée

1. Rappels

Taux de variation

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , a un réel appartenant à I . et h un réel non nul tel que $a + h \in I$.

Le **taux de variation** de f entre a et $a + h$ est le quotient $t(h)$ défini par :

$$t(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Nombre dérivé

La fonction f est **dérivable** en a lorsque le taux de variation $t(h)$ admet comme limite un nombre réel quand h tend vers 0, appelé **nombre dérivé de f en a** et noté $f'(a)$.

On a ainsi :

$$\lim_{h \rightarrow 0} t(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

2. Lien entre le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée

Définition

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

La fonction qui, à tout réel x de I , associe le nombre dérivé $f'(x)$ est appelée **fonction dérivée** de f .

On la note f' .

Propriétés

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

- Si pour tout x de I , on a $f'(x) \geq 0$, alors
- Si pour tout x de I , on a $f'(x) \leq 0$, alors
- Si pour tout x de I , on a $f'(x) = 0$, alors

1STMG.150 Exemple 1 :

Soit f une fonction définie sur $[0; 7]$ et telle que :

x	0	2	4	7	
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0	+

Le tableau de variation de f est :

x	
$f(x)$	

III. Applications aux fonctions polynômes de degré 2 et 3

Propriété

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I et a un réel de I .

Si alors f admet un extremum en a .

1. Variations et extremums d'une fonction polynôme de degré 2

ISTMG.152 Exercice :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^2 + 6x - 10$$

1. a. Calculer $f'(x)$.
b. Étudier le signe de $f'(x)$
2. a. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur \mathbb{R} .
b. En déduire que f admet un extremum sur \mathbb{R} . Préciser en quelle valeur de x il est atteint.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Variations et extremums d'une fonction polynôme de degré 3

ISTMG.152 Exercice :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$f(x) = x^3 - 18x^2 + 96x - 50$$

1. a. Calculer $f'(x)$ et montrer que, pour tout $x \in [0; 10]$:
$$f'(x) = 3(x - 4)(x - 8)$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$
2. a. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $[0; 10]$.
b. Déterminer les extremums de f sur $[0; 10]$. Préciser en quelles valeurs de x ils sont atteints.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....