MATHEMATIQUES
Les suites : entraînement savoir-faire (corrigé)

Exercice 1

Méthode

- On donne un nom à la suite.
- On calcule les premiers termes en utilisant les données de l'énoncé pour comprendre le fonctionnement.
- On en déduit le mode de génération de la suite : de manière récurrente ou explicite.
- On fait le lien avec l'énoncé en indiquant ce que représente u_n (et n), puis on écrit clairement la suite (en précisant le premier terme et la formule de récurrence s'il s'agit d'une suite récurrente)

1. On note u_0 le nombre d'adhérents en 2009 et u_n le nombre d'adhérents en $2009 + n$.
On a alors : $u_0 = 3200$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 50$.

A voir

Ici on modélise avec une suite récurrente. C'est l'énoncé qui le suggère : il donne l'évolution du nombre d'adhérents d'une année sur l'autre.

2. La liste des nombres impairs est $\{1\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ ......\}$.
On note u_n le nombre impair de rang n.

On a donc $u_n = 2n + 1$ pour tout entier naturel n.
On a aussi $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2$ pour tout entier naturel $n \geqslant 1$.

Deux modes de génération

Ici on peut (facilement) modéliser avec une suite récurrente ou explicite.

3. Soit n le nombre de séances et p_n le prix payé.
On a pour tout entier naturel n :

$$p_n = 50 + 6n$$

4. On note v_0 la surface de la pelouse en 2015 et v_n la surface de la pelouse en $2015 + n$.
On a alors : $v_0 = 4000$.
Pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 0,5v_n + 900$.

Conseil

Calculez la surface de la pelouse en 2016 en prenant 4000 m^2 comme surface précédente, puis recommencez le même procédé en prenant v_n comme surface précédente.
En 2016 : $0,5 \times 4000 + 900 = ...$
En $2015 + n$: $0,5 \times v_n + 900$.

5. Soit w_0 la quantité de gardons au départ. On a donc $w_0 = 600$.
w_n est la quantité de gardons en $2015 + n$.
On a donc pour tout entier naturel n :

$$w_{n+1} = \frac{3}{4}w_n + 200$$

Diminuer du quart

Si on diminue du quart, il en reste les trois quart. Evidemment !

6. On note u_0 la somme placée au départ et u_n la somme obtenue n années après le placement.
Le taux de rémunération est de 2 %, cela signifie que tous les ans la placement augmente de 2 %.
Pour augmenter une quantité de 2 %, on la multiplie par $1,02$.

On obtient donc pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 1,02 \times u_n$$

Coefficient multiplicateur

1,02 est le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 2 %.
On a en fait $u_{n+1} = u_n + 0,02u_n = 1,02u_n$.

Exercice 2

1. **a.** Il suffit de compter les bâtons :
$b_1 = 4$, $b_2 = 7$ et $b_3 = 10$.

b. Graphique de la figure 4 :

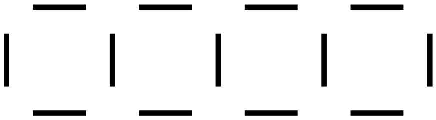


Fig 4

Il y a 13 bâtons, donc $b_4 = 13$.

c. On voit qu'on rajoute 3 bâtons quand on passe d'une figure à l'autre.
On pourrait imaginer que la figure 0 est constituée d'un bâton vertical.
Ainsi pour avoir le nombre de bâtons de la figure 1, on ajoute 3 à 1 soit 4 et ainsi de suite.
La figure n aura alors $1 + 3n$ bâtons.

Par récurrence aussi

On peut modéliser le nombre de bâtons de la figure n avec $n \geqslant 1$ par : $u_{n+1} = u_n + 3$ et $u_1 = 4$

2. **a.** On a $b_{20} = 1 + 3 \times 20 = 61$.

b. On cherche n tel que $b_n \leqslant 200$.

$$\begin{aligned} 1 + 3n &\leqslant 200 \\ 3n &\leqslant 199 \\ n &\leqslant \frac{199}{3} \simeq 66,3 \end{aligned}$$

On en déduit que la plus grande figure porte le numéro 66. Elle comptera 199 bâtons.

Exercice 3

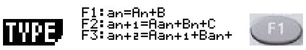
1. $u_0 = \dfrac{2 \times 0 - 1}{0 + 2} = -\dfrac{1}{2}$.

$u_2 = \dfrac{2 \times 2 - 1}{2 + 2} = \dfrac{3}{4}$.

$u_{10} = \dfrac{2 \times 10 - 1}{10 + 2} = \dfrac{19}{12}$.

Avec la calculatrice :

- Menu : 

- Type : 

Le type

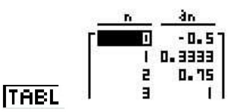
Ici on a une suite définie de manière explicite, c'est le type F1 qu'il faut sélectionner.

- On entre la suite : 

Attention

La suite doit être sélectionnée (rectangle noir sur le signe =). Si ce n'est pas le cas, utilisez , puis  pour la sélectionner.

- Setup : 

- TABL : 

2. Calculs des termes.

$$\begin{aligned} w_{0+1} &= \frac{w_0}{w_0+1} \\ w_1 &= \frac{1}{1+1} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

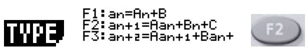
> **Le principe**
> Ecrivez la relation de récurrence et remplacez n par 0 puis par 1, puis par 2.

$$\begin{aligned} w_{1+1} &= \frac{w_1}{w_1+1} \\ w_2 &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} && \text{Diviser revient à multiplier par l'inverse.} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

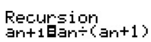
$$\begin{aligned} w_{2+1} &= \frac{w_2}{w_2+1} \\ w_3 &= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+1} \\ &= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} && \text{Diviser revient à multiplier par l'inverse.} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Avec la calculatrice :

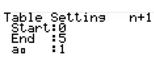
- Menu : 

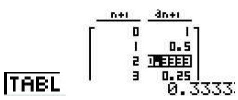
- Type : 

> **Le type**
> Ici on a une suite définie de manière récurrente, c'est le type F2 qu'il faut sélectionner.

- On entre la suite : 

> **Attention**
> La suite doit être sélectionnée (rectangle noir sur le signe =). Si ce n'est pas le cas, utilisez SEL+S, puis SEL pour la sélectionner.

- Setup : 

- TABL : 

Exercice 4

1. Algorithme complété :

```
def rang(n):
    u=3
    for i in range(1,n+1):
        u=2*u-4
    return u
```

2. Elle renvoie le terme de rang 4 de la suite, soit le terme u_4. Sa valeur est -12.

3. Elle calcule la somme des termes de la suite du rang 0 au rang n.

4. `mystere(2)` calcule $u_0 + u_1 + u_2$ soit $3 + 2 + 0 = 5$.