Cours
& méthodes

Calculs numériques

1
NOMBRES
& CALCULS

1 Les fractions

Méthode : Calculer avec des fractions (1)

Calculer :

$$A = \frac{-3}{4} - \frac{5}{6} + 2 \qquad B = \frac{25}{-4} \times \frac{-3}{35} \qquad C = \frac{14}{15} \div 7$$

Méthode : Calculer avec des fractions (2)

Calculer :

$$A = \frac{8}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{-5}{3} \qquad B = \frac{-3}{2 + \frac{5}{2}} \qquad C = \left(-\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\right) \div \frac{16}{7}$$

2 Puissances entières d'un nombre relatif

2.1 Notations a^n et a^{-n}.

Définition : Puissances d'un nombre

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Et, si a est non nul, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}}$.

Par convention, $a^0 = 1$.

a^n (lu "a puissance n") est appelé **puissance n-ième** de a et n est appelé l'exposant.

2.2 Calculs avec les puissances

Propriété : Puissances d'un nombre

n et m sont deux entiers relatifs et a un nombre.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\qquad$ $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ $\qquad$ $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ si $a \neq 0$ $\qquad$ $(a^m)^n = a^{n \times m}$

Méthode : Calculer avec des puissances

1) Écrire chaque expression sous la forme a^n :

a) $3^5 \times 3^7$

b) $\dfrac{4^2}{4^3}$

c) $\left(7^2\right)^5$

d) $\dfrac{6^3 \times 6^{-7}}{6^{-2}}$

2) Exprimer sous la forme d'une seule puissance :

$A = 4^7 \times 4^5$ $\quad$ $B = \dfrac{5^6}{5^4}$ $\quad$ $C = \left(8^2\right)^3$ $\quad$ $D = 6^7 \times 9^7$ $\quad$ $E = \dfrac{1}{3^5}$ $\quad$ $F = 7^3 \times \left(7^2\right)^6$

3 Racine carrée

3.1 Définitions

Définition : Racine carrée d'un nombre

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

Propriété

Pour tout nombre a,
$\sqrt{a^2} = a \quad$ si $a > 0 \quad$ et $\quad \sqrt{a^2} = -a \quad$ si $a < 0$.

3.2 Calculs avec des racines carrées

Propriété : Règles de calculs

Pour tous nombres positifs a et b :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \;\; ; \;\; \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{avec } b \neq 0$$

Méthode : Réduire une racine carrée

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b entiers, b étant le plus petit possible.

$$A = \sqrt{72} \qquad B = \sqrt{45}$$

Méthode : Réduire un calcul comportant des racines carrées (1)

Écrire le plus simplement possible :

$$A = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \qquad B = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + 8\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

Méthode : Appliquer les formules sur les racines carrées

Écrire le plus simplement possible :

$$A = \sqrt{32} \times \sqrt{2} \qquad B = \sqrt{3} \times \sqrt{36} \times \sqrt{3} \qquad C = (4\sqrt{5})^2$$

$$D = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} \qquad E = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{72}} \qquad F = \frac{\sqrt{32} \times \sqrt{10}}{\sqrt{80}}$$

Méthode : Réduire un calcul comportant des racines carrées (2)

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b entiers, b étant le plus petit possible.

$$A = \sqrt{12} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27} \qquad B = \sqrt{125} - 2\sqrt{20} + 6\sqrt{80}$$

---

4 Pour aller plus loin

Démonstration

Quels que soient les réels positifs a et b, on a : $\sqrt{a+b} \leqslant \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Démonstration

Quels que soient les réels positifs a et b, on a : $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Méthode : Développer des expressions avec des racines carrées

Écrire sous la forme $a + b\sqrt{c}$, a, b et c entiers relatifs.

$$A = (\sqrt{3} - 4)^2 \qquad B = (3 + \sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3}) \qquad C = (\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{5})$$