MATHEMATIQUES
Les nombres : entraînement savoir-faire (corrigé)

Exercice 1

1.
- $4,569 < 4,57 < 4,571$
- $0,059 < 0,06 < 0,061$
- $6,999 < 7 < 7,001$
- $2,099 < 2,1 < 2,101$
- $4,458 < 4,4589 < 4,459$

Deux choses

- Les nombres doivent avoir trois chiffres derrière la virgule ;
- Ils doivent être les plus proches possibles.

Sans ces deux conditions, il y aurait une infinité de solutions.

2.
- Pour $\sqrt{157}$:
La calculatrice donne $\sqrt{157} \simeq 12,52996409$.
Ainsi, $\sqrt{157}$ est supérieur à 12,529 et inférieur à 12,530.

$$12,529 < \sqrt{157} < 12,530$$

- Pour $\dfrac{17}{13}$:
La calculatrice donne $\dfrac{17}{13} \simeq 1,307692308$.
Ainsi, $\dfrac{17}{13}$ est supérieur à 1,307 et inférieur à 1,308.

$$1,307 < \frac{17}{13} < 1,308$$

- Pour $1+\sqrt{427}$:
La calculatrice donne $1+\sqrt{427} \simeq 20,66397832$.
Ainsi, $1+\sqrt{427}$ est supérieur à 20,663 et inférieur à 20,664.

$$20,663 < 1+\sqrt{427} < 20,664$$

Méthode

Pour obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2}, obtenir $n+1$ décimales avec la calculatrice.

Exercice 2

1. $2^{-1} = \dfrac{1}{2} = 0,5$.

Réponse : ☒ égal à 0,5.

2. $5,72 \times 10^{-4}$ est une écriture scientifique et aussi un nombre positif.

On a $5,72 \times 10^{-4} = 0,000572$.

Réponse :
☒ une écriture sientifique ☒ Un nombre positif

Rappels

- D'une façon générale, l'écriture scientifique, c'est l'écriture sous la forme d'un nombre décimal dont la partie entière est comprise entre 1 et 9, multiplié par une puissance de 10. C'est bien le cas ici puisque $1 \leqslant 5,72 \leqslant 9$ et 10^{-4} est bien une puissance de 10.
- $10^{-4} = \dfrac{1}{10^4} = \dfrac{1}{10000} = 0,0001$.

3. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1^3}{2^3} = \dfrac{1}{2^3}$.

$\dfrac{1}{2^3} = 2^{-3}$.

Réponse : ☒ 2^{-3} ☒ $\dfrac{1}{2^3}$.

4. $\dfrac{2^{-4}}{2^9} = 2^{-4-9} = 2^{-13}$.

Réponse :
☒ 2^{-13}

Formule

$\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$.

5. $5^6 \times 5^4 = 5^{6+4} = 5^{10}$

Formule

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

Exercice 3

1. Le carré de $\sqrt{7}$ est $(\sqrt{7})^2 = 7$. Le double du carré de $\sqrt{7}$ est $2 \times 7 = 14$.
Réponse : ☒ 14.

2. Le carré de $\sqrt{2}$ est $(\sqrt{2})^2 = 2 = \sqrt{4}$.
Réponse : ☒ $\sqrt{4}$.

3. • $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{7}\right)^2 = \dfrac{\sqrt{5}}{7} \times \dfrac{\sqrt{5}}{7} = \dfrac{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{7 \times 7} = \dfrac{5}{49}$

ou

• $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{7}\right)^2 = \dfrac{(\sqrt{5})^2}{7^2} = \dfrac{5}{49}$

Réponse ☒ $\dfrac{5}{49}$.

Evidemment

On utilise $A^2 = A \times A$

Méthode

On utilise $\left(\dfrac{A}{B}\right)^2 = \dfrac{A^2}{B^2}$.

4. $\sqrt{32} + \sqrt{2} = \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{2} = \sqrt{4^2 \times 2} + \sqrt{2} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
De plus, $5\sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50}$

Réponses ☒ $5\sqrt{2}$ et ☒ $\sqrt{50}$

Carré parfait

On remarque que :
$32 = 16 \times 2 = 4^2 \times 2$.

5. Par définition, $\sqrt{2}$ est l'unique nombre positif dont le carré vaut 2. C'est donc également un nombre dont le carré vaut 2.
Réponses : ☒ L'unique nombre dont le carré vaut 2 et ☒ Un nombre dont le carré vaut 2.

Exercice 4

1. On a : $\pi - 3 > 0$ donc $|\pi - 3| = \pi - 3$.

2. On a : $7 < 25$ donc $\sqrt{7} < 5$.

$\sqrt{7} - 5$ est donc un nombre négatif, il en résulte que $|\sqrt{7} - 5| = 5 - \sqrt{7}$.

Pensez-y !

La valeur absolue d'un nombre positif, c'est lui-même. La valeur absolue d'un nombre négatif, c'est son opposé.

3. $|-146| = 146$.

4. On a : $2 < 16$ donc $\sqrt{2} < 4$.

$\sqrt{2} - 4$ est donc un nombre négatif, il en résulte que $|\sqrt{2} - 4| = 4 - \sqrt{2}$.

5. On a : $\pi - 1 > 0$ donc $|\pi - 1| = \pi - 1$.