

Vecteurs, droites et plans de l'espace

Les savoir-faire du chapitre

- ▶ 40. Représenter et utiliser une combinaison linéaire de vecteurs
- ▶ 41. Étudier les positions relatives de droites et de plans.
- ▶ 42. Utiliser les coordonnées pour résoudre des problèmes (alignement, colinéarité, coplanarité,...).

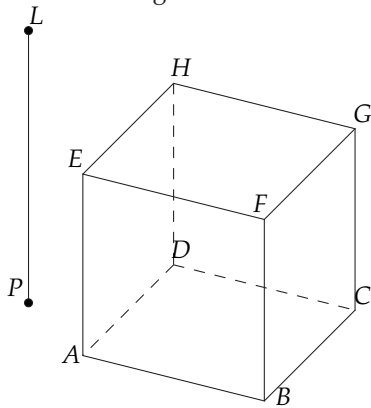


Le problème de Nabolos

On considère un cube $ABCDEFGH$.

Un réverbère est représenté par le segment $[PL]$ avec L le point représentant son ampoule et P le projeté orthogonal du point L sur le plan (ABC) .

Reproduire cette figure et tracer l'ombre de ce cube.

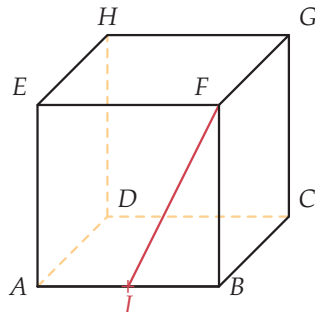




40

Représenter et utiliser une combinaison linéaire de vecteurs donnés pour résoudre un problème.

$ABCDEFGH$ est un cube et I est le milieu de $[AB]$.



1) Placer sur la figure les points M et N définis vectoriellement par :

a) $\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{IF}$

b) $\vec{HN} = \vec{DB} + 2\vec{FG}$

2) Compléter les égalités vectorielles suivantes :

a) $\vec{AI} + \vec{CD} - \vec{CI} = \vec{F}..$

b) $\vec{AH} + \vec{CD} - \vec{FG} = \vec{B}..$

c) $\vec{FD} + \vec{CB} + \vec{DG} = ..$

3) Avec la même figure :

a) Exprimer le vecteur \vec{FI} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AE} .

b) O étant le centre du cube, exprimer le vecteur \vec{AO} en fonction des vecteurs \vec{AB} , \vec{AD} et \vec{AE} .

.....

.....

.....

.....

.....

40

Représenter et utiliser une combinaison linéaire de vecteurs donnés pour résoudre un problème.

$ABCDEFGH$ est un cube et I ; J ; K et L les milieux respectifs de $[BC]$, $[GH]$, $[AD]$ et $[EH]$.

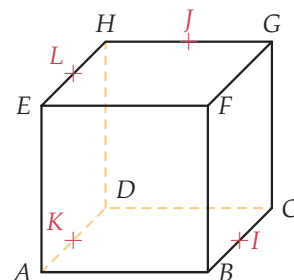
Le point M est défini par $\vec{EM} = 2\vec{EF}$

1) En fonction des vecteurs \vec{AB} , \vec{AD} et \vec{AE} exprimer les vecteurs suivants :

$$\vec{EM}; \vec{HC}; \vec{BD}; \vec{BK}; \vec{KM} \text{ et } \vec{MJ}.$$

2) Les droites (BK) et (MJ) sont-elles parallèles?(utiliser la question précédente).

3) Que peut-on en déduire concernant les points B , K , M et J ?



.....

.....

.....

.....

.....

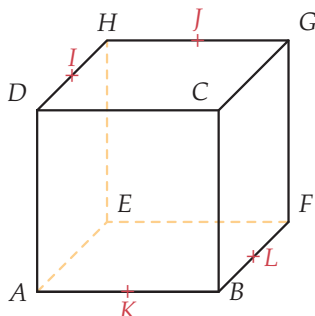
.....





41 Étudier les positions relatives de droites et de plans.

$ABCDEFGH$ est un pavé droit ; I, J, K et L sont les milieux respectifs de $[DH], [HG], [AB]$ et $[BF]$.



- 1) Donner la position relative des deux droites citées :
 - a) (DB) et (EF) ;
 - b) (IJ) et (AF) ;
 - c) (IC) et (AB) ;
 - d) (JF) et (EH) .
- 2) Donner la position relative des deux plans cités :
 - a) (DCG) et (AEF) ;
 - b) (IJA) et (HDC) ;
 - c) (IJE) et (CKL) .
- 3) Donner la position relative de la droite et du plan cités :
 - a) (IJ) et (ABF) ;
 - b) (IJ) et (BCG) ;
 - c) (KE) et (ABF) .

42 Utiliser les coordonnées pour la colinéarité, l'alignement ou la décomposition de vecteurs.

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(2; 5; -1)$; $B(0; 3; 4)$ et le vecteur $\vec{u}(2; -1; 4)$.

- 1) Déterminer les coordonnées du point C défini par $\vec{AC} = \vec{u}$
- 2) Déterminer les coordonnées du vecteur \vec{AB} puis celles du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.
- 3) Déterminer les coordonnées du centre K de ce parallélogramme.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



42

Utiliser les coordonnées pour la colinéarité, l'alignement ou la décomposition de vecteurs.

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(-4; 2; 3)$, $B(1; 5; 2)$, $C(0; 5; 4)$ et $D(-6; -1; -2)$.

1) Démontrer que $\vec{AD} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.

2) Que peut-on en déduire concernant les points A , B , C et D ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

42

Utiliser les coordonnées pour la colinéarité, l'alignement ou la décomposition de vecteurs.

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(1; -1; -1)$, $B(5; 0; -3)$, $C(2; -2; -2)$ et $D(0; 5; -2)$.

1) Montrer que les points A , B et C définissent un plan.

2) Le point D appartient-il à ce plan?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

