MATHEMATIQUES
Fonction logarithme népérien : QCM

Pour chaque exercice, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

Exercice 1

Soit a un réel strictement positif et n un entier.

1. $\ln a + \ln a$ est égal à :

a. $\ln(2a)$ **b.** $\ln(a^2)$ **c.** $2\ln a$ **d.** $(\ln a)^2$

2. $\ln(a^3) - \ln(a^7)$ est égal à :

a. $\ln(a^{-4})$ **b.** $\ln\left(\dfrac{1}{a^4}\right)$ **c.** $\dfrac{1}{4\ln a}$ **d.** $-4\ln a$

3. $\ln(a^n) + \ln(a^{-n})$ est égal à :

a. $\ln 1$ **b.** $\ln \mathrm{e}$ **c.** 1 **d.** 0

4. $\ln(\sqrt{a^n})$ est égal à :

a. $n + \dfrac{1}{2}\ln a$ **b.** $n\ln\sqrt{a}$ **c.** $n + \ln\sqrt{a}$ **d.** $\dfrac{n\ln a}{2}$

Exercice 2

f est la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^2$.

1. Pour tout réel $x > 0$, $f'(x)$ est égal à :

a. $\dfrac{2\ln x}{x}$ **b.** $2\ln x$ **c.** $\dfrac{1}{x^2}$ **d.** $\dfrac{\ln x}{x}$

2. La courbe représentative de f admet :

a. une asymptote d'équation $y = 0$ **b.** une asymptote d'équation $x = 0$ **c.** pas d'asymptote

3. La courbe représentative de f coupe l'axe des abscisses en :

a. $x = 0$ **b.** $x = 1$ **c.** $x = \mathrm{e}$

4. La tangente à la courbe de f au point d'abscisse e a pour équation :

a. $y = f'(\mathrm{e})(x - \mathrm{e}) + f(\mathrm{e})$ **b.** $y = \dfrac{2}{\mathrm{e}}x + 1$ **c.** $y = \dfrac{2}{\mathrm{e}}x - 1$

Exercice 3

Soit n un entier naturel.

1. L'inéquation $1,2^n > 50$ est équivalente à :

a. $n\ln(1,2) < \ln 50$ **b.** $n < \ln\left(\dfrac{50}{1,2}\right)$ **c.** $n \leqslant 21$ **d.** $n \geqslant 22$

2. L'inéquation $\left(\dfrac{3}{5}\right)^n < 0,01$ est équivalente à :

a. $n > \dfrac{\ln 100}{\ln 5 - \ln 3}$ **b.** $n < \dfrac{\ln 0,01}{\ln(0,6)}$ **c.** $n \leqslant 9$ **d.** $n \geqslant 10$

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x\ln x - \ln x$.

1. La limite en 0 de f est :

a. $-\infty$ **b.** 0 **c.** $+\infty$ **d.** 1

2. La limite de f en $+\infty$ est :

a. $-\infty$ **b.** 0 **c.** $+\infty$ **d.** 1

Exercice 5

On considère la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \ln\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$.

1. La suite (u_n) :

a. n'a pas de limite **b.** converge vers 0 **c.** converge vers 1 **d.** diverge vers $+\infty$

2. Pour tout entier naturel n non nul, on a :

a. $u_n < 0$ **b.** $u_n < 1$ **c.** $u_n > 0$

3. La suite (u_n) est :

a. croissante **b.** décroissante **c.** non monotone

4. Pour tout réel $a > 0$ et pour tout entier $n > 0$, $u_n < a$ si et seulement si :

a. $n > \mathrm{e}^{-a}$ **b.** $n < \dfrac{1}{\mathrm{e}^a + 1}$ **c.** $n > \dfrac{1}{\mathrm{e}^a - 1}$

Exercice 6

Soit f est la fonction définie sur $\left]-\dfrac{1}{4}\,;+\infty\right[$ par $f(x) = 2x\ln(4x+1)$.

1. Pour tout réel $x > -\dfrac{1}{4}$, $f'(x)$ est égal à :

a. $\dfrac{8}{4x+1}$ **b.** $\dfrac{2}{4x+1}$ **c.** $2\ln(4x+1) + \dfrac{8x}{4x+1}$

2. Le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse $\dfrac{1}{4}$ est :

a. 0 **b.** $1 + \ln 4$ **c.** $\ln 5$