POURCENTAGES STATISTIQUES PROBABILITÉS

7

Variables aléatoires

Activités mentales

1

1) On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un valet ?

2) On lance cinq fois une pièce de monnaie. La sortie de Pile rapporte 1 point. La sortie de Face ne rapporte rien. On s'intéresse à la somme des points obtenus à l'issue des cinq lancers. Préciser le nombre d'éventualités.

3) On lance deux dés cubiques (un bleu et un rouge) dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on considère le nombre formé par les deux chiffres obtenus (chiffre du dé bleu puis chiffre du dé rouge). Préciser le nombre d'issues.

2 On lance trois fois de suite une pièce bien équilibrée et on obtient trois fois PILE. La probabilité d'obtenir PILE en lançant une quatrième fois la pièce est :

1) strictement inférieure à 0,5 ;

2) égale à 0,5 ;

3) strictement supérieure à 0,5.

3

1) On lance un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 5 ?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 2 ?

2) A et B sont deux événements tels que :
$P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,1$.
Calculer $P(\overline{A})$ et $P(A \cup B)$.

4 Le tableau suivant donne le groupe sanguin et le rhésus de 200 individus d'une population.

	Rhésus +	Rhésus –
Groupe O	74	12
Groupe A	78	12
Groupe B	14	4
Groupe AB	4	2

Une personne du groupe O avec rhésus négatif est un donneur universel (il peut donner son sang à tous les autres). On choisit au hasard une personne dans ce groupe. Calculer la probabilité des événements suivants :

- « La personne de ce groupe est un donneur universel » ;
- « La personne appartient au groupe AB » ;
- « La personne appartient au groupe O ou au groupe A ».

S'entraîner

Savoir-faire - Méthodes

1. Déterminer et utiliser une loi de probabilité

1 Une expérience aléatoire consiste à lancer un dé à six faces et regarder le résultat obtenu.
L'univers associé à cette expérience est l'ensemble de toutes les issues possibles : Ici $\Omega = \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,4\ 5\,;\,6\}$

On considère le jeu suivant :

- Si le résultat est pair, on gagne 2 € ;
- Si le résultat est 1, on gagne 3 € ;
- Si le résultat est 3 ou 5, on perd 6 €.

On peut définir ainsi une variable aléatoire X sur Ω qui peut prendre les valeurs 2, 3 ou -6.

1) Quelles sont les valeurs possibles pour X ? ....

2) Compléter le tableau donnant la loi de probabilité de X :

x_i	...	...	...
$p(X = x_i)$	...	...	...

- $p(X = -6) =$ .... ;
- $p(X = 2) =$ .... ;
- $p(X = 3) =$ .... ;

3) **a)** Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X.
....
....

b) Le jeu est-il équitable ? ....

2 On note X la variable aléatoire qui, à chaque jour, associe le nombre de véhicules neufs vendus par un concessionnaire.
Sa loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,45	0,3	0,15	......

1) **a)** Donner la probabilité $p(X = 1)$. Interpréter ce résultat.
b) Quelle est la probabilité que le concessionnaire vende trois véhicules dans la journée ?

2) Calculer $p(X \geqslant 1)$. Interpréter ce résultat.

3) Combien de véhicules par jour vend en moyenne le concessionnaire ?

2. Répétition d'épreuves identiques et indépendantes

Dans une population, une personne sur 250 est porteuse d'un gène qui entraîne, à l'âge adulte, une maladie handicapante.

On choisit trois personnes au hasard dans cette population, qui est suffisamment grande pour que ce choix puisse être assimilé à trois tirages successifs avec remise.

1) Justifier qu'il s'agit de la répétition de trois épreuves aléatoires et indépendantes de Bernoulli dont on donnera le paramètre.
2) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3) En déduire la probabilité qu'au moins une personne parmi les trois soit porteuse du gène.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

S'entraîner

3. Exercice bilan

Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes.

- La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clés de la ville.
- La deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale.

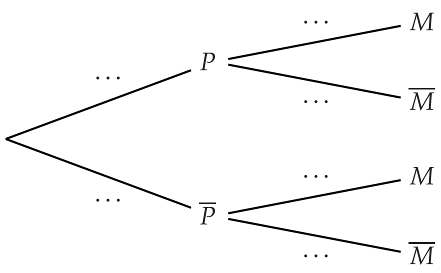
Ces deux étapes du jeu sont indépendantes. Le touriste a :

- sept chances sur dix de gagner un porte-clefs de la ville ;
- quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.

On définit les évènements suivants :

- P : « le touriste gagne un porte-clefs de la ville »
- M : « le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale ».

1) a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



b) Calculer la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot.

c) Calculer la probabilité que le touriste remporte au moins un lot.

2) Un porte-clefs coûte $0,80$ euro à la municipalité et une entrée à la piscine $5,50$ euros. On note X la variable aléatoire qui à chaque touriste participant associe le coût, en euro, de ses éventuels lots pour la municipalité.

a) Justifier que $P(X = 0,80) = 0,42$.

b) Le tableau suivant donne la loi de probabilité de X. Le recopier et le compléter.

k	0	0,80	5,50	6,30
$P(X = k)$	0,18	0,42	0,12	...

3) Calculer l'espérance de X. Interpréter dans le contexte de l'exercice.