

MATHEMATIQUES

E3C : dérivation (4), corrigé

1. Le nombre de personnes malades au bout de 20 jours est donné par $f(20)$.

$$\begin{aligned} f(20) &= 45 \times 20^2 - 20^3 \\ &= 18000 - 8000 \\ &= 10000 \end{aligned}$$

10000 personnes sont malades 20 jours après l'apparition des premiers cas selon ce modèle.

2. f est une fonction polynôme du troisième degré.

$$\begin{aligned} f'(t) &= 45 \times 2t - 3t^2 \\ &= 90t - 3t^2 \end{aligned}$$

A savoir

- Si $u(t) = t^3$, alors $u'(t) = 3t^2$,
- Si $v(t) = t^2$, alors $v'(t) = 2t$.

En développant $3t(30 - t)$, on obtient $90t - 3t^2$ ce qui est $f'(t)$.
Donc pour tout $t \in [0 ; 45]$,

$$f'(t) = 3t(30 - t)$$

En factorisant

On obtient le même résultat en factorisant $90t - 3t^2$ en prenant comme facteur commun $3t$.

3. $f'(t)$ est sous la forme d'un produit. $3t$ s'annule en 0 et $30 - t$ en 30.
D'où le tableau :

t	0	30	t	45
$3t$	+	⋮	+	
$30 - t$	+	0	-	
$f'(t)$	+	0	-	
$f(t)$	0	13500	0	0

4. D'après ce tableau de variations, le nombre est de malades est maximal pour $x = 30$ soit 30 jours après l'apparition des premiers cas et le nombre maximal de malades est donc $f(30) = 13500$.