

# Généralités sur les fonctions

## Les savoir-faire du chapitre

- ▶ **1STMG.110** Modéliser la dépendance entre deux grandeurs à l'aide d'une fonction.
- ▶ **1STMG.111** Déterminer graphiquement des images ou des antécédents.
- ▶ **1STMG.112** Résoudre graphiquement une équation du type  $f(x) = k$ .
- ▶ **1STMG.113** Résoudre graphiquement une inéquation du type  $f(x) \leq k, f(x) \geq k$ , etc.
- ▶ **1STMG.114** Déterminer graphiquement le signe d'une fonction.
- ▶ **1STMG.115** Déterminer graphiquement les variations d'une fonction.
- ▶ **1STMG.116** Reconnaître l'expression d'une fonction affine.
- ▶ **1STMG.117** Tracer la représentation graphique d'une fonction affine.
- ▶ **1STMG.118** Déterminer graphiquement l'équation réduite d'une droite.
- ▶ **1STMG.119** Déterminer le signe d'une fonction affine.

## Activité d'introduction

Un loueur de VTT veut construire un entrepôt pour ranger ses vélos.

Il a commencé par envisager de lui donner une forme carrée mais, finalement, il a choisi d'augmenter un côté de 4 mètres et de diminuer l'autre côté de 2 mètres afin d'obtenir une forme rectangulaire plus adaptée.

Il constate alors que l'aire de son entrepôt a augmenté de  $6 \text{ m}^2$ .

Quelles sont finalement les dimensions de son entrepôt?





## Calculs d'images et d'antécédents

1 On considère la fonction  $k$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$k(x) = -7x + 9$$

Calculer :

- 1)  $k(10)$     2)  $k(-4)$     3)  $k\left(\frac{3}{7}\right)$     4)  $k\left(\frac{1}{4}\right)$

2 Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 3x^2 + 7x$$

Calculer les images de :

- 1) 0    2) 2    3) -3    4)  $\frac{1}{2}$

3 On définit deux fonctions  $k$  et  $l$ , définies sur  $\mathbb{R}$ , par :

$$k(x) = 2x + 3 \text{ et } l(x) = x^2.$$

- 1) Déterminer le(s) antécédent(s) de 2 par la fonction  $k$ .  
2) Déterminer le(s) antécédent(s) de 3 par la fonction  $l$ .

4 On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = (2x - 7)(3x + 1)$ .

Calculer le ou les nombres qui ont pour image 0.

5 On considère la fonction  $m$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $m(x) = (x + 1)^2$ .

Par cette fonction, déterminer, si possible, le (ou les) antécédent(s) de :

- 1) 4    2) -1    3) 0    4) 5

### 6 ALGO

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
from lycee import *
def fonction(x) :
    a=x
    b=x+1
    y=a*b
    return y
c=fonction(4)
```

- 1) Quelle est la valeur de la variable  $c$  à la fin de ce programme ?  
2) Déterminer la valeur de la variable  $c$  à la fin de ce programme en fonction de  $x$ .

### 7 ALGO

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
from lycee import *
def fonction(x) :
    y=4*x
    y=y+1
    y=y**2
    return y
```

- 1) Calculer les nombres suivants :  
a) fonction(1)    b) fonction(0)    c) fonction(-4)  
2) Le programme définit une fonction  $f : x \mapsto y$ .  
Exprimer  $y$  en fonction de  $x$ .

### 8 ALGO

Un magasin de reprographie applique le tarif suivant :

- 0,15 € l'unité jusqu'à 50 photocopies ;
  - 0,10 € au-delà.
- 1) Calculer le coût pour effectuer 35 photocopies puis celui pour 64 photocopies.  
2) Compléter l'algorithme ci-dessous afin de calculer le prix à payer pour  $n$  photocopies à réaliser.

```
from lycee import *
def photocop(n) :
    if n<=50 :
        prix=.....
    else :
        prix=.....
    return prix
```

### 9 Programme de calcul

### ALGO

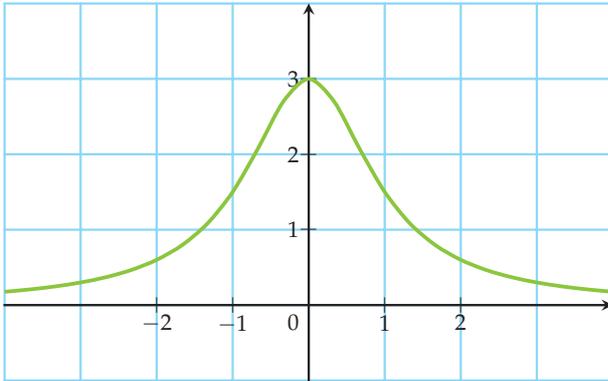
Voici un programme de calcul qui peut s'appliquer à n'importe quel nombre réel.

- doubler le nombre de départ ;
- ajouter 5 ;
- multiplier par 3 ;
- ajouter le nombre de départ.

- 1) Donner les images de :  
• 0    • 2 012    • 12,7  
2) Donner l'(es) antécédent(s) de 0.  
3) Programmer un algorithme associé à ce programme de calcul et vérifier les réponses trouvées au

## Lectures graphiques

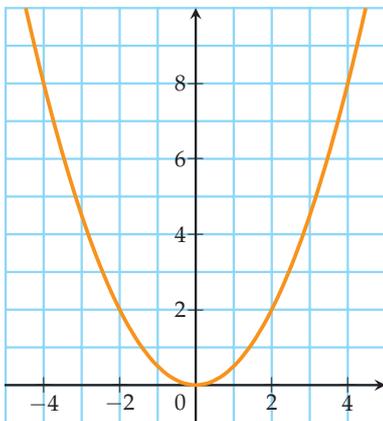
**10** Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



Par lecture graphique, déterminer :

- 1) l'image de  $-1$  par  $f$ ;
- 2) l'image de  $0$  par  $f$ ;
- 3) le (ou les) antécédent(s) de  $1$  par  $f$ ;
- 4) le (ou les) antécédent(s) de  $3$  par  $f$ .

**11** Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



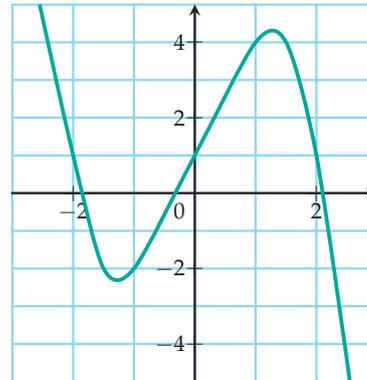
1) Par lecture graphique, compléter les égalités suivantes :

- |                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| a) $f(\dots) = 4$ | c) $f(\dots) = 0,5$ |
| b) $f(2) = \dots$ | d) $f(0) = \dots$   |

2) Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs suivant.

$x$	-3	-1		1		
$f(x)$			2		7	5

**12** Voici la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



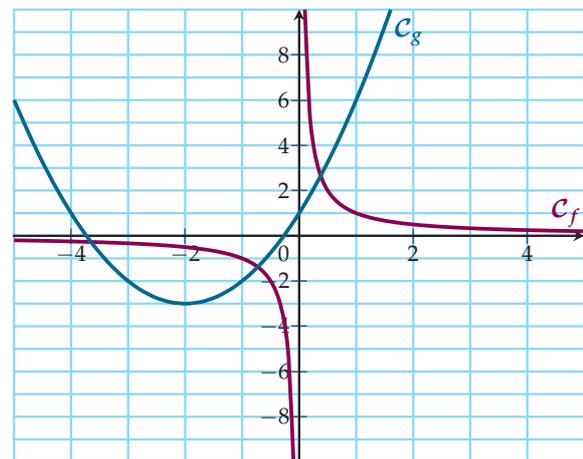
1) Par lecture graphique, déterminer :

- a) l'image de  $-1$  par  $f$ ;
- b)  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(2)$ ;
- c) le(s) antécédent(s) de  $1$  par  $f$ ;
- d) les éventuels nombres qui ont  $0$  pour image.

2) Citer, si possible, un nombre qui a :

- |                      |                   |
|----------------------|-------------------|
| a) aucun antécédent; | c) 2 antécédents; |
| b) 1 antécédent;     | d) 3 antécédents. |

**13** Voici les courbes représentatives d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  et d'une fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$ .



1) Par lecture graphique, déterminer :

- a) l'image de  $1$  par la fonction  $f$  puis  $g$ ;
- b) le (ou les) antécédent(s) de  $4$  par la fonction  $g$ ;
- c) le (ou les) antécédent(s) de  $-6$  par la fonction  $f$ .

2) Quel nombre a un seul antécédent par la fonction  $g$ ?

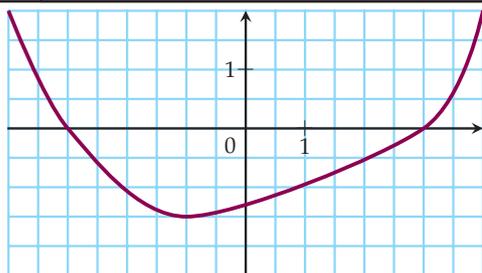
3) Quel nombre n'a pas d'antécédent par  $f$ ?



## Variations d'une fonction

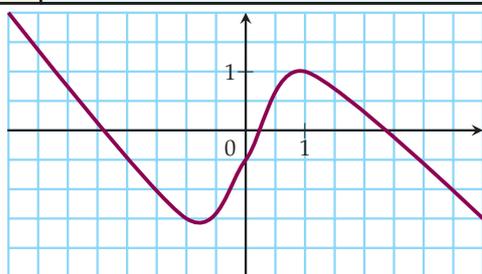
**14** Compléter le tableau de variations proposé à partir de représentation graphique ci-dessous.

$x$	-4	4
$f(x)$		



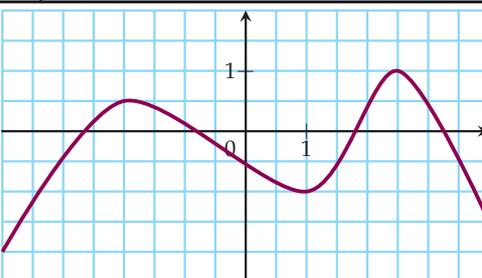
**15** Même consigne que l'exercice précédent.

$x$	-4	4
$f(x)$		



**16** Même consigne que l'exercice précédent.

$x$	-4	4
$f(x)$		



## Les fonctions affines

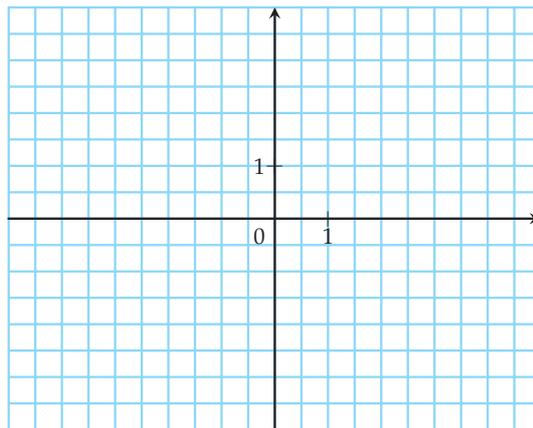
**17** Représenter graphiquement les fonctions définies par :

$$f_1(x) = x + 1$$

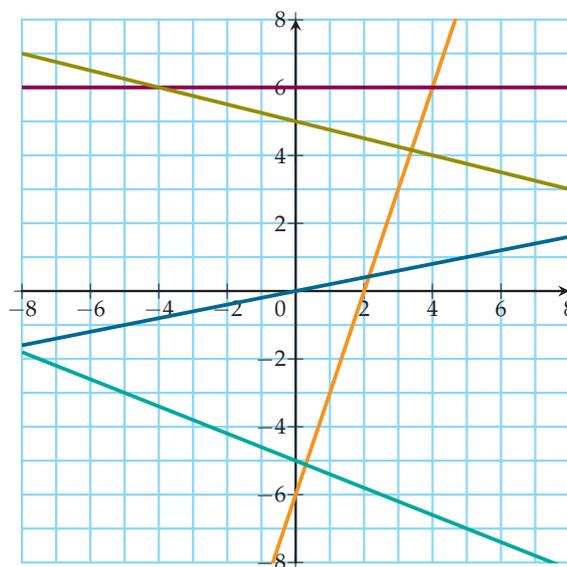
$$f_2(x) = -2x + 4$$

$$f_3(x) = -3$$

$$f_4(x) = 3x$$



**18** Retrouver les expressions des fonctions affines dont les représentations graphiques sont données ci-dessous.



**19** Dresser les tableaux de signes des fonctions définies par :

- $f(x) = 0,1x + 2$  sur  $[-100 ; 100]$

- $g(x) = 4 - 2x$  sur  $[-1 ; 10]$



## Problèmes

**20** Boulétois achète des ingrédients pour faire des crêpes. Il dépense 8 euros, fait 30 crêpes et part les vendre sur le marché, 70 centimes la crêpe, pour financer un voyage scolaire en Grèce.

- 1) S'il réussit à vendre 25 crêpes, quel sera son bénéfice? Et s'il n'en vend que 3?
- 2) Déterminer l'expression de la fonction  $B$  qui, à un nombre  $x$  de crêpes vendues associe le bénéfice  $B(x)$ .
- 3) Dresser le tableau de signes de  $f$ . Quel renseignement donne-t-il à Boulétois?

**21** Un boulanger fabrique chaque matin 100 croissants pour un coût total de 33 euros. Il vend ensuite ses croissants dans la journée à 1,10 euros.

- 1) On note  $x$  le nombre de croissants vendus dans la journée avec  $x \geq 0$ .  
Quelle est la recette issue de la vente de ces  $x$  croissants?
- 2) Expliquer pourquoi le bénéfice du boulanger, pour la vente de ces croissants est  $B(x) = 1,1x - 33$ .
- 3) a) Étudier le signe de l'expression  $B(x)$ .  
b) En déduire le nombre minimum de croissants que le boulanger doit vendre pour ne pas perdre d'argent sur cette vente.

**22** Pour jouer au squash dans un club, on règle chaque mois un forfait pour une carte d'adhérent. Cette carte donne un tarif préférentiel pour chaque heure réservée.

Un client ne se souvient pas du montant du forfait mensuel ni du tarif préférentiel. Mais il a retrouvé ses deux derniers tickets de caisse.

En février, il a payé 86 € pour 10 séances.

En mars, les 15 séances lui ont coûté 123,50 €.

- 1) Quel est le montant du forfait mensuel?  
Quel est le prix du tarif horaire préférentiel?
- 2) Combien le client va-t-il payer pour jouer 8 séances?

**23** Un ticket de tramway coûte 1,30 € sans abonnement.

Avec un abonnement annuel de 29 €, le même trajet ne coûte que 1 €.

A partir de combien de trajets effectués dans l'année l'abonnement est-il avantageux?

**24** Dans un club de gym, il y a deux formules possibles :

- Formule A :

abonnement mensuel de 18 €, et 5 € par séance ;

- Formule B :

abonnement mensuel de 30 €, et 2,75 € par séance.

Soit  $x$  le nombre de séances mensuelles d'un abonné.

- 1) A quel ensemble  $x$  appartient-il?
- 2) Exprimer en fonction de  $x$  le prix payé  $P_A$  avec la formule A et le prix  $P_B$  avec la formule B.
- 3) Combien doit-on faire de séances pour que la formule B soit plus avantageuse?

## **25** ALGO

Romain a loué une voiture dans une agence de location.

Le prix est calculé ainsi :

- 29€ la journée ;
- 0,20€ par kilomètre parcouru jusqu'à 40 km ;
- 0,30€ par kilomètre parcouru au-delà.

Compléter l'algorithme ci-dessous afin de calculer le coût total à payer en fonction du nombre  $n$  de kilomètres parcourus.

```
from lycee import *
def prix(n) :
    if ..... :
        c=.....
    else :
        c=.....
    return c
```



**26** Une entreprise produit et vend des stylos.

Pour l'entreprise, la production quotidienne de stylos engendre un coût total, noté  $C(x)$  composé de coûts fixes (salaires et matériaux) et d'un coût variable proportionnel au nombre  $x$  de stylos vendus.

Chaque stylo est vendu 2,50 euro. La recette correspondante est notée  $R(x)$ .

Le bénéfice, noté  $B(x)$  est la différence entre la recette et le coût total.

- 1) Donner l'expression de la recette en fonction de  $x$ .
- 2) a) Le coût total est donné par la formule :  $C(x) = 1,25x + 180$ . Quels sont les coûts fixes ?  
b) Exprimer le bénéfice en fonction de  $x$ .
- 3) Calculer  $R(200)$ ,  $C(200)$  et  $B(200)$ . Commenter.
- 4) Combien de stylos doit fabriquer l'entreprise pour le coût total s'élève à 600 € ?
- 5) Représenter les fonctions  $C$  et  $R$  dans le repère ci-dessous.



- 6) Déterminer par lecture graphique le nombre minimum de stylos à produire et vendre pour que l'entreprise commence à faire des bénéfices. Retrouver ce nombre par le calcul.

