FONCTIONS

6

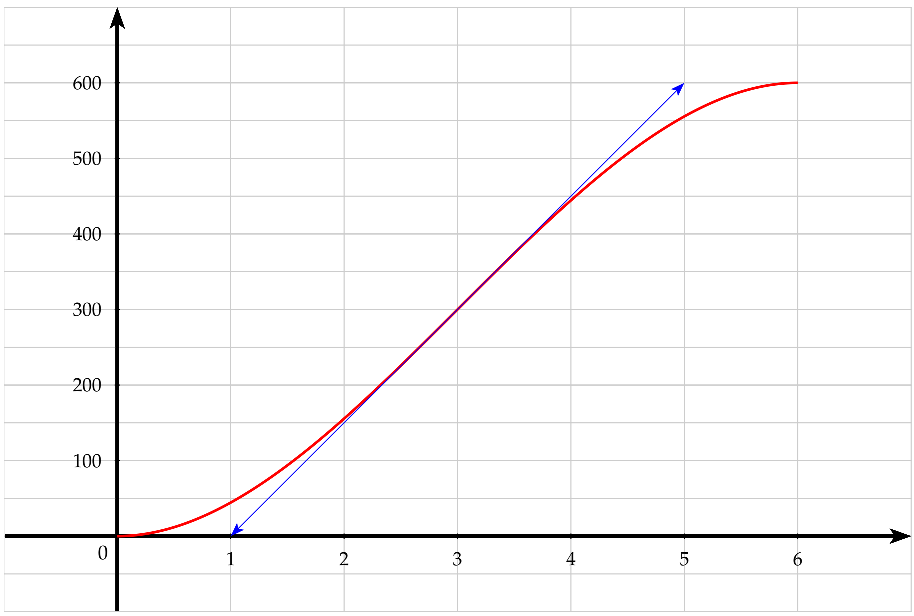
Dérivation I

Les savoir-faire du chapitre

- **1STMG.140** Calculer un taux de variation et un nombre dérivé.
- **1STMG.141** Lire graphiquement un nombre dérivé.
- **1STMG.142** Construire la tangente à une courbe en un point.

Activité d'introduction

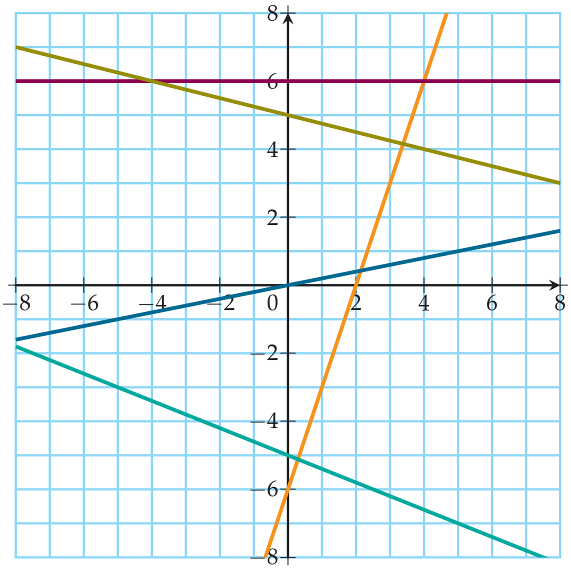
1 On part pour un long trajet de 600 km pour une durée totale de 6 heures.
La courbe représente la distance parcourue $f(x)$ (en km) en fonction du temps de trajet x (en heure).
Les gendarmes nous ont arrêtés à la fin de notre parcours et nous ont accusé d'avoir fait un excès de vitesse.
Impossible !! avons-nous répondu. Qui a raison ?



S'entraîner

Réactivation des connaissances

1 Déterminer graphiquement une équation de chacune des droites représentées ci-dessous sous la forme $y = mx + p$.



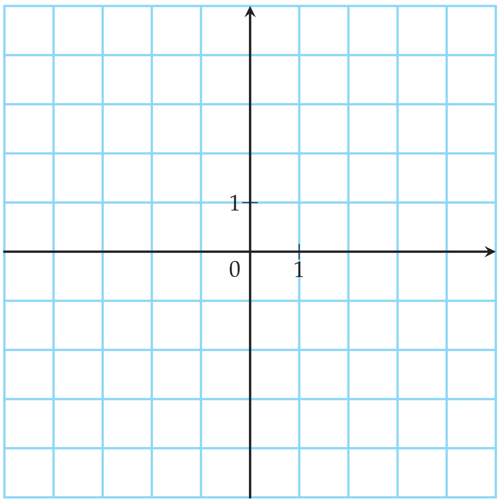
2 Dans tous les cas suivants, tracer la droite de coefficient directeur m passant par le point donné.

1) $d_1 : m = 3$ et $A(-1\,;\,1)$

2) $d_2 : m = -2$ et $B(1\,;\,0)$

3) $d_3 : m = \dfrac{2}{3}$ et $C(-2\,;\,2)$

4) $d_4 : m = -\dfrac{1}{4}$ et $D(2\,;\,1)$



3 Soit $f : x \mapsto 3x^2 - 7$ définie sur $\mathbb{R}$.
Les points suivants appartiennent-ils à $\mathcal{C}_f$?

1) $A(2\,;\,5)$

2) $B(-1\,;\,-10)$

Taux de variation et nombre dérivé

4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.
Soit h un réel non nul et a un réel quelconque.

1) Calculer le taux de variation de f entre a et $a+h$.

2) En déduire le taux de variation de f entre 2 et 5.

5 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - x^2$.
Soit h un réel non nul et a un réel quelconque.

1) Calculer le taux d'accroissement de g entre a et $a+h$.

2) En déduire le taux d'accroissement de g entre -2 et 6.

6 Soit $f : x \mapsto x^2 + 3x$.
Soit h un réel non nul. Calculer :

1) $f(1+h)$

2) $f(-2+h)$

3) $\dfrac{f(5+h) - f(5)}{h}$

4) $\dfrac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$

7 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 4$$

1) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2 + h$$

2) En déduire que f est dérivable en 1 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 1.

8 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

1) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,

$$\frac{f(3+h) - f(3)}{h} = 5 + h$$

2) En déduire que f est dérivable en 3 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 3.

9 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 + 5x + 4$$

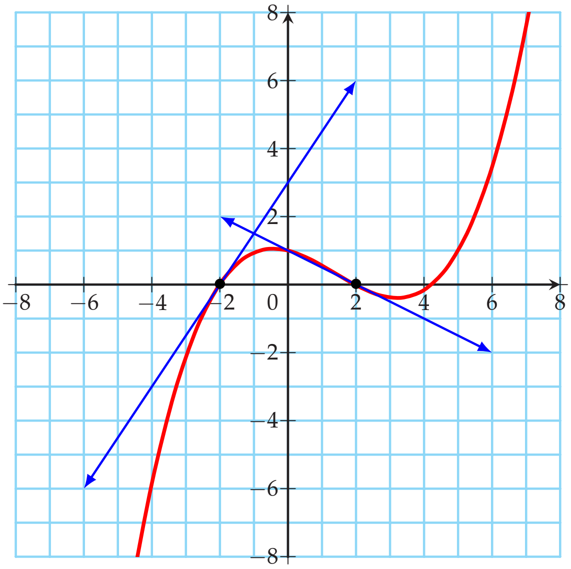
1) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 3h + 17$$

2) En déduire que f est dérivable en 2 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 2.

Nombre dérivée et tangente

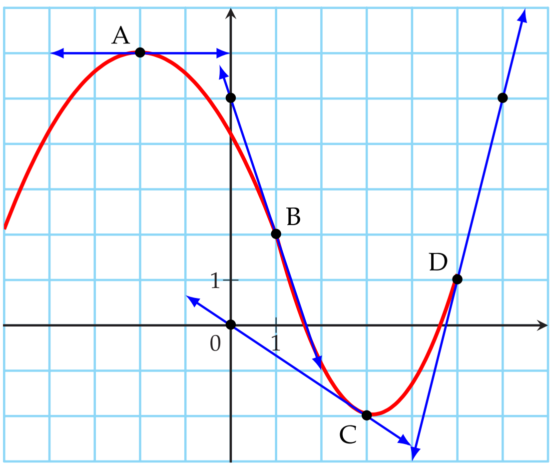
10 La courbe ci-dessous représente une fonction f. En utilisant le quadrillage, donner les nombres dérivés $f'(-2)$ et $f'(2)$.



11

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.

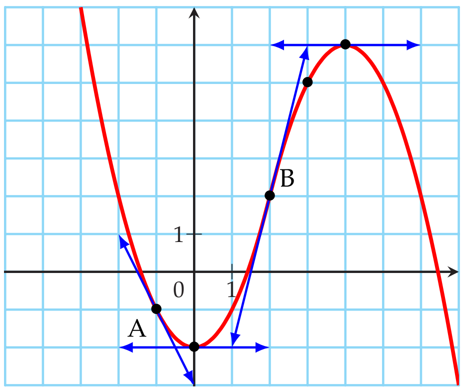
1) Par lecture graphique, donner la pente de la tangente aux points A, B, C et D.
2) En déduire une équation de chacune des tangentes.



12

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.

1) Par lecture graphique, donner les nombres $f'(0)$ et $f'(4)$.
2) a) Par lecture graphique, déterminer les nombres $f'(-1)$ et $f'(2)$.
   b) Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A et celle au point B.
3) On sait que $f'(3) = 2$.
   Tracer la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3.



13 ALGO

On considère l'algorithme écrit en langage Python :

```
from lycee import *
def f(x):
    y=x**2+x
    return y
def taux(a):
    h=1
    for i in range (5):
        T=(f(a+h)-f(a))/h
        print('pour h =',h,': ')
        print('T =',T)
        h=h/10
    return T
```

1) Donner toutes les valeurs prises par la variable h.
2) En déduire, à l'aide de la calculatrice, l'ensemble des valeurs de T lorsque l'on execute taux(4).
3) Que peut-on conjecturer ?
   Retrouver le résultat par le calcul.