MATHEMATIQUES
E3C : second degré (2), corrigé

1.
- $f(1) = 1 + 2 - 3 = 0$.
- $f(2) = 4 + 4 - 3 = 5$.
- $f(-3) = 9 - 6 - 3 = 0$.

On en déduit que 1 et -3 sont les racines de f.

Racines

Les racines de f sont les antécédents de 0. Graphiquement ils correspondent aux abscisses des points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses.

2. Si x_1 et x_2 sont les racines du polynôme du second degré, la forme factorisée est donnée par :

$$a(x - x_1)(x - x_2)$$

Comme $a = 1$, $x_1 = 1$ et $x_2 = -3$, on obtient :

$$f(x) = 1(x - 1)(x - (-3)) = (x - 1)(x + 3)$$

.

Autrement

En développant l'expression proposée, on obtient le même résultat :

$$\begin{aligned}(x-1)(x+3) &= x^2 + 3x - x - 3 \\ &= x^2 + 2x - 3 \\ &= f(x)\end{aligned}$$

3. Pour étudier le signe de la fonction f, on utilise un tableau de signes avec la forme factorisée de f.

Signe

On ne fait des tableaux de signes qu'avec des produits (forme factorisée).

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
Signe de $x-1$		$-$		$-$	0	$-$	
Signe de $x+3$		$-$	0	$+$	0	$+$	
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4. La fonction polynôme f est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec $a = 1$, $b = 2$ et $c = -3$.
La parabole est donc tournée vers le haut (car $a > 0$), ce qui élimine la parabole $\mathcal{B}$.
Les racines de f sont 1 et -3, ce qui signifie que la parabole coupe l'axe des abscisses en 1 et -3.
C'est donc la parabole $\mathcal{A}$ qui représente f.

5. L'abscisse du sommet de la parabole est donnée par :

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

L'ordonnée du sommet (c'est-à-dire le minimum de f) est donné par :

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

On en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↘	-4	↗	0	↗	