
MATHEMATIQUES

E3C : second degré (3)

L'entreprise SAVEUR fabrique et commercialise de l'extrait de parfum. Elle est en capacité d'en produire jusqu'à 34 hectolitres par mois. On suppose que toute la production est vendue.

On modélise le coût de production mensuel, en centaines d'euros, de x hectolitres d'extrait de parfum par la fonction C définie par

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 240, \text{ où } x \in [0 ; 34].$$

Chaque hectolitre d'extrait de parfum est vendu 80 centaines d'euros.

1. a. Calculer le coût de production mensuel et la recette réalisée par l'entreprise lorsqu'elle produit 6 hectolitres d'extrait de parfum dans le mois.

b. L'entreprise réalise-t-elle un profit lorsqu'elle produit et vend 6 hectolitres d'extrait de parfum par mois ?

2. Démontrer que le bénéfice, en centaines d'euros, pour la vente de x hectolitres d'extrait de parfum, est donné par la fonction B définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 68x - 240.$$

3. Justifier que, pour tout réel $x \in [0 ; 34]$, $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$.

4. Étudier le signe de $B(x)$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 34]$, et en déduire la quantité d'extrait de parfum à produire et à vendre pour que l'entreprise ne travaille pas à perte.

5. Déterminer le montant, en euros, du bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise en vendant cet extrait de parfum.