

MATHEMATIQUES

E3C : second degré (3), corrigé

1. a. Le coût de production pour 6 hl est donné par $C(6)$.

$$C(6) = 2 \times 6^2 + 12 \times 6 + 240 = 384$$

Pour 6 hl, le coût de production est : 38 400 €.

La recette pour 6 hl est donné par $R(6)$.

$$R(6) = 80 \times 6 = 480$$

Pour 6 hl, la recette est : 48 000 €.

- b. Comme $R(6) > C(6)$, l'entreprise réalise un profit.

Pour préciser

48000 – 38400 = 9600. Le profit est de 9 600 €.

2. Comme chaque hl est vendu 80 €, la recette est donnée par $R(x) = 80x$.
Le bénéfice est donné par :

Important

Bénéfice = Recette – Coût.

La recette correspond au chiffre d'affaire.

$$\begin{aligned} R(x) - C(x) &= 80x - (2x^2 + 12x + 240) \\ &= 80x - 2x^2 - 12x - 240 \\ &= -2x^2 + 68x - 240 \end{aligned}$$

3. On développe l'expression donnée :

$$\begin{aligned} (-2x + 8)(x - 30) &= -2x^2 + 60x + 8x - 240 \\ &= -2x^2 + 68x - 240 \\ &= B(x) \end{aligned}$$

On a donc bien pour tout x de $[0 ; 34]$, $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$.

4. $x - 30$ s'annule pour $x = 30$ et $-2x + 8$ s'annule pour $x = 4$.

On en déduit le tableau de signes :

x	0	4	30	34
Signe de $-2x + 8$	+	0	-	-
Signe de $x - 30$	-	-	0	+
Signe de $B(x)$	-	0	+	0

Méthode

Les signes de $-2x + 8$ et $x - 30$ s'obtiennent grâce aux signes des fonctions affines (signe de m à droite de la valeur qui annule).

Par exemple pour le signe de $-2x + 8$, comme $m = -2$, $-2x + 8$ est négatif à droite de 4.

Pour ne pas travailler à perte, on doit avoir un bénéfice positif. Par lecture du tableau de signes, on en déduit que l'entreprise doit produire et vendre entre 4 et 30 hl pour ne pas travailler à perte.

5. Les racines du polynôme $B(x)$ ont été déterminées dans la question précédente : 4 et 30.

Le maximum de la fonction B est atteint pour $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4 + 30}{2} = 17$.

Le maximum est donné par $B(17) = -2 \times 17^2 + 68 \times 17 + 240 = 338$.

On en déduit que le bénéfice maximal est 33 800 €.