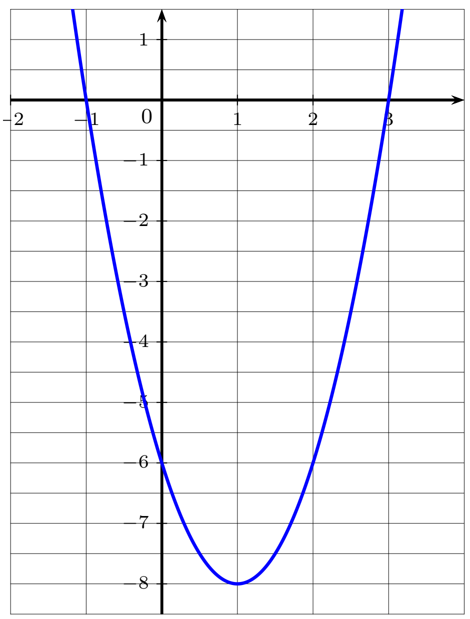


MATHEMATIQUES
Devoir surveillé n°1

Exercice 1 (7 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée, seule la réponse est attendue.

Énoncé	**Réponse**
1. Soit f une fonction du second degré dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.  	La fonction f est définie par : ☐ $f(x) = (x+1)(x-3)$ ☐ $f(x) = 0,5(x-1)^2 - 8$ ☐ $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ ☐ $f(x) = 2x^2 - 6x - 6$
2. Donner la forme canonique de $f(x) = x^2 - 6x - 5$	
3. Donner le maximum de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 - 4x + 1$	
4. Déterminer tous les réels a tels que l'équation $x^2 + 2ax + 9 = 0$ n'admette qu'une seule solution.	
5. Résoudre l'équation : $\dfrac{x}{5} - \dfrac{3}{x} = 2$	

Exercice 2 (7 points)

Une entreprise produit chaque jour q tonnes d'un produit désinfectant.
La capacité de production journalière de l'entreprise est de 50 tonnes.
Une étude a montré que le coût total de production de q tonnes de ce désinfectant est donné, en centaines d'euros, par :

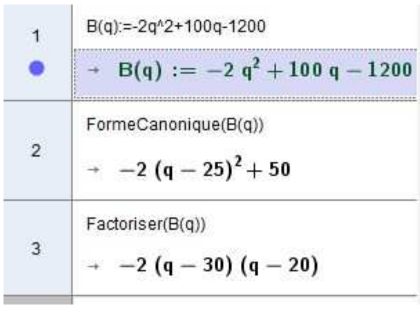
$$C(q) = 2q^2 - 70q + 1200$$

Chaque tonne de désinfectant est vendue au prix de 3000 euros.

1. Montrer que le bénéfice correspondant à la fabrication et la vente de x tonnes de désinfectant est donné, en centaines d'euros, par :

$$B(q) = -2q^2 + 100q - 1200$$

2. Justifier les écritures de $B(q)$ données ci-contre, et obtenues par un logiciel de calcul formel.



3. En utilisant les résultats précédents, déterminer :

a. les « points morts » de la production, c'est-à-dire les quantités produites et vendues qui occasionnent un bénéfice nul.

b. le bénéfice quotidien maximal ainsi que la production correspondante.

c. l'intervalle sur lequel $B(q) \geqslant 0$. Cet intervalle porte le nom de plage de rentabilité.

Exercice 3 (7 points)

- Partie A -

Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 20]$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 40x + 400$$

Le tableau de variations de la fonction f est :

x	0	10	13	20
$f(x)$	400 ↘	200 ↗	218 ↗	400

1. Comment a été obtenu le nombre 10 écrit dans le tableau de variations ?

2. En utilisant le tableau de variations, répondre aux questions suivantes :

a. Donner la forme canonique de $f(x)$.

b. Donner le signe du discriminant. Justifier votre choix.

c. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier.**
Affirmation 1 : Si $x > 13$ alors $f(x) > 218$.
Affirmation 2 : Si $f(x) > 218$ alors $x > 13$.

- Partie B -

Les pierres « okaré » sont des pierres précieuses dont la valeur (en euros) est égale au carré de leur masse (en grammes).
On a malheureusement laissé tomber une pierre « okaré » de 20 grammes ; elle s'est alors brisée en deux morceaux.

1. Prouver que si l'un des deux morceaux pèse 13 grammes alors la valeur totale des deux morceaux est 218 €.

2. Soit x la masse, exprimée en grammes, d'un des deux morceaux.
Exprimer, en fonction de x la masse du second morceau, puis établir que la valeur totale des deux morceaux est donnée par la fonction f définie dans la partie **A.**

3. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? **Justifier** en utilisant les résultats de la partie **A.**

a. Du point de vue du propriétaire, la pire des situations est que sa pierre se brise en deux morceaux de même masse.

b. Il peut être avantageux pour le propriétaire de la pierre que celle-ci se brise en deux morceaux.