MATHEMATIQUES
Fonction exponentielle : entraînement savoir-faire

Chapitre 12 : Fonction exponentielle.	**Evaluation**
240. Transformer une expression en utilisant les propriétés de la fonction exponentielle.	●● | ● | ● | ● | ●●
241. Résoudre des équations ou inéquations contenant des exponentielles.	●● | ● | ● | ● | ●●
242. Représenter graphiquement les fonctions $t \longmapsto \mathrm{e}^{-kt}$ et $t \longmapsto \mathrm{e}^{kt}$ $(k > 0)$	●● | ● | ● | ● | ●●
243. Modéliser une situation par une croissance, une décroissance exponentielle.	●● | ● | ● | ● | ●●

Exercice 1 240

Simplifier les écritures suivantes :

$$\mathrm{A} = (\mathrm{e}^x)^3 - \mathrm{e}^{2x} \times \mathrm{e}^x \quad ; \quad \mathrm{B} = \mathrm{e}^{-x+3}\left(\mathrm{e}^{2x} - \frac{1}{\mathrm{e}^x}\right) \quad ; \quad \mathrm{C} = \frac{\left(\mathrm{e}^{x+2}\right)^2}{\mathrm{e}^{2x-1}} \quad ; \quad \mathrm{D} = \left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)^2 - \left(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}\right)^2$$

Exercice 2 241

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $e^{-2x} = 1$ **2.** $e^{x^2} = e^{16}$ **3.** $e^{x^2} = e$ **4.** $e^{x^2} > e^2$ **5.** $e^{-x} = -1$ **6.** $e^{-2x} \geqslant 1$.

Exercice 3 241

Résoudre les équations et inéquations suivantes.

1. $\mathrm{e}^{2x-3} = \mathrm{e}^{-x+7}$

2. $\mathrm{e}^{x^2} \times \mathrm{e}^{-2x+1} - 1 = 0$

3. $3\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x} - 4 = 0$

4. $\mathrm{e}^{-3x} > \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x+6}}$

5. $(\mathrm{e}^{x})^3 \leqslant \dfrac{\mathrm{e}^{-2x+1}}{\mathrm{e}^{4}}$

6. $(\mathrm{e}^{x+1} + 1)(\mathrm{e}^{x-2} - \mathrm{e}) \geqslant 0$

Exercice 4 242

Les questions suivantes sont indépendantes.

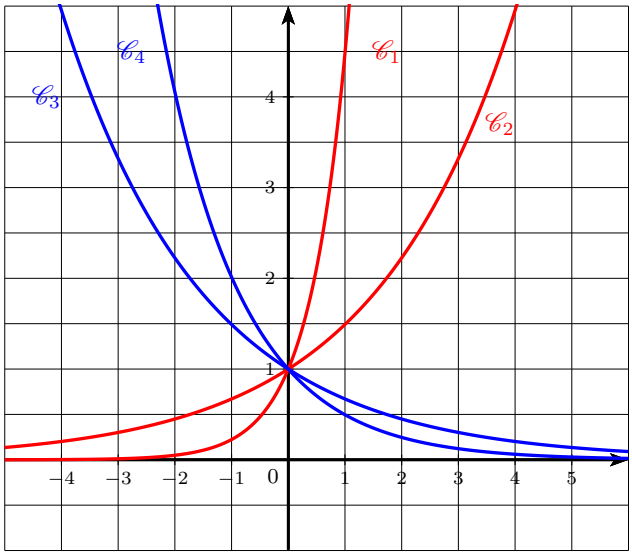
1. Associer chacune des fonctions ci-dessous à sa courbe représentative.

$f \ : \ x \longmapsto \mathrm{e}^{-0,4x}$

$g \ : \ x \longmapsto \mathrm{e}^{0,4x}$

$h \ : \ x \longmapsto \mathrm{e}^{1,5x}$

$\ell \ : \ x \longmapsto \mathrm{e}^{-0,7x}$



2. Compléter les phrases :

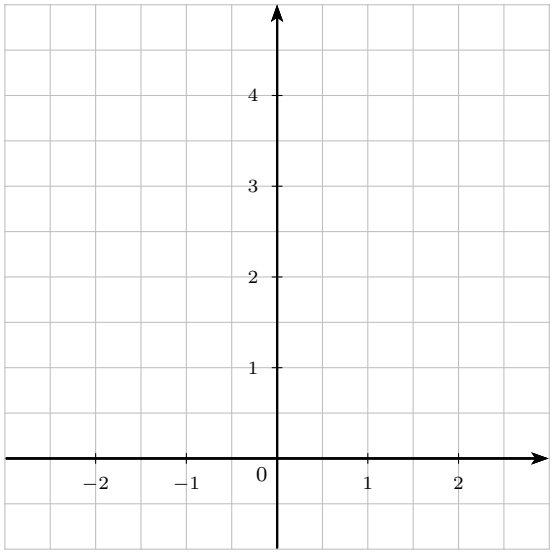
• La fonction f définie par $f(x) = \mathrm{e}^{0,06x}$ est strictement ..... Sa courbe représentative passe par le point de coordonnées (0 ; ....) et (1 ; ....).

• La fonction g définie par $g(x) = \mathrm{e}^{-3x}$ est strictement ..... Sa courbe représentative passe par le point de coordonnées (0 ; ....) et (1 ; ....).

3. Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{0,5x}$.

Donner le sens de variation de la fonction f et donner l'allure de la courbe dans le repère ci-contre.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



Exercice 5 243

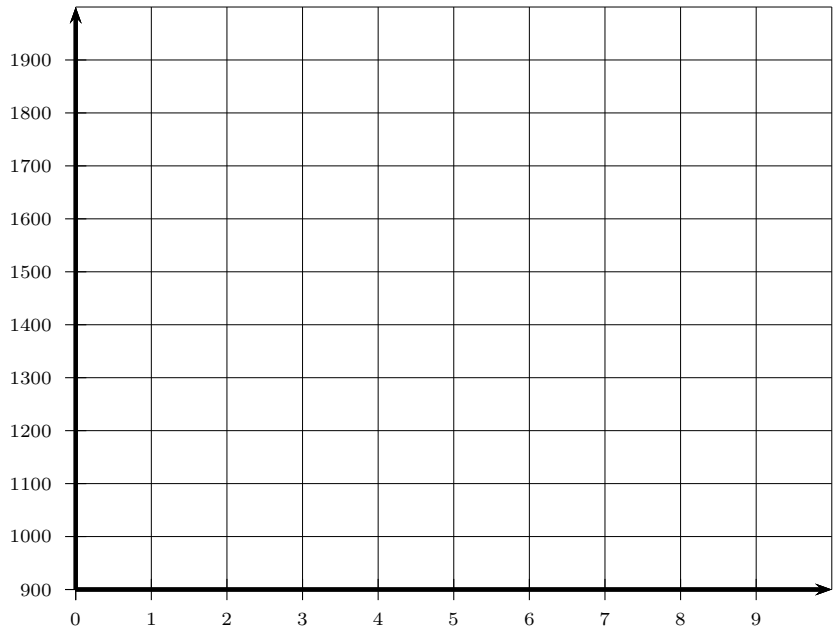
Une ville compte 1000 habitants en 2016. Chaque année sa population augmente de 5 %.

1. Modéliser la situation par une suite (u_n) définie sur N, où u_n représente le nombre d'habitants en $(2016+n)$. Représenter par un nuage de points les premiers termes de cette suite.

2. On admet que le nuage de point obtenu se situe sur la représentation graphique d'une fonction de la forme $f(t) = a \times \mathrm{e}^{kt}$.

a. En utilisant l'égalité $u_0 = f(0)$, déterminer la valeur exacte de a.

b. En utilisant l'égalité $u_1 = f(1)$, montrer que k est solution de l'équation $\mathrm{e}^k = 1,05$.

c. En utilisant la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-5} près de la valeur de k, puis donner une expression de f.

3. En utilisant la calculatrice, déterminer le mois et l'année où le nombre d'habitants sera multiplié par 2 si cette évolution exponentielle se poursuit.