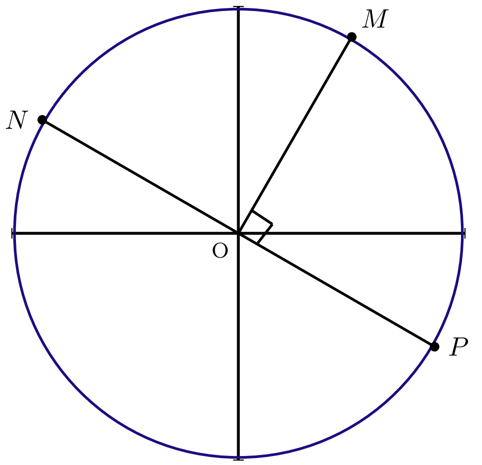
MATHEMATIQUES
Fonctions trigonométriques : entraînement



Exercice 1

Sur le cercle trigonométrique, M est associé au nombre $\dfrac{\pi}{3}$.

La perpendiculaire à (OM) passant par O coupe le cercle en N et P.

Quelles sont les coordonnées des points N et P ?

Exercice 2

x est un nombre de l'intervalle $I = \left[\dfrac{\pi}{2} \; ; \; \pi\right]$ tel que $\sin x = \dfrac{1}{3}$. Le but de cet exercice est de trouver la valeur exacte de $\cos x$.

1. Démontrer que $(\cos x)^2 = \dfrac{8}{9}$.

2. **a.** Sur quel arc du cercle trigonométrique sont situés les points M associés aux nombres de l'intervalle I ? Colorier cet arc.

b. Quel est le signe de $\cos x$?

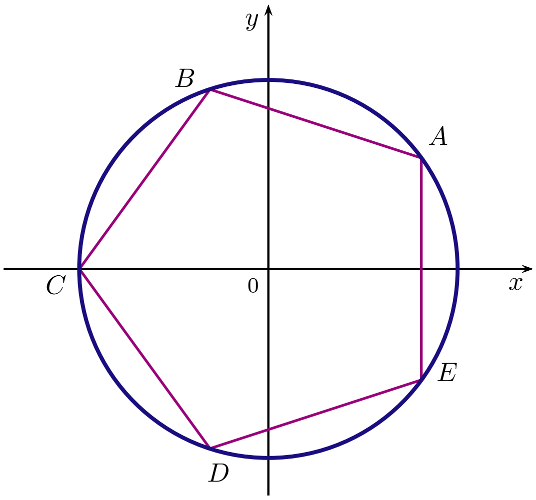
c. En déduire la valeur exacte de $\cos x$.

Exercice 3

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. Calculer $E = \cos\dfrac{\pi}{3} \times \sin\dfrac{\pi}{6} - \cos^2\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

2. Le pentagone régulier $ABCDE$ est inscrit dans le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$.



Par enroulement de la droite réelle sur le cercle trigonométrique, à quels réels de l'intervalle $]-\pi;\pi]$ sont associés les sommets de ce pentagone ?

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{3\sin x}{2+\cos x}$$

1. On donne le tableau de variations de la fonction f sur $[0\ ;\ \pi]$.

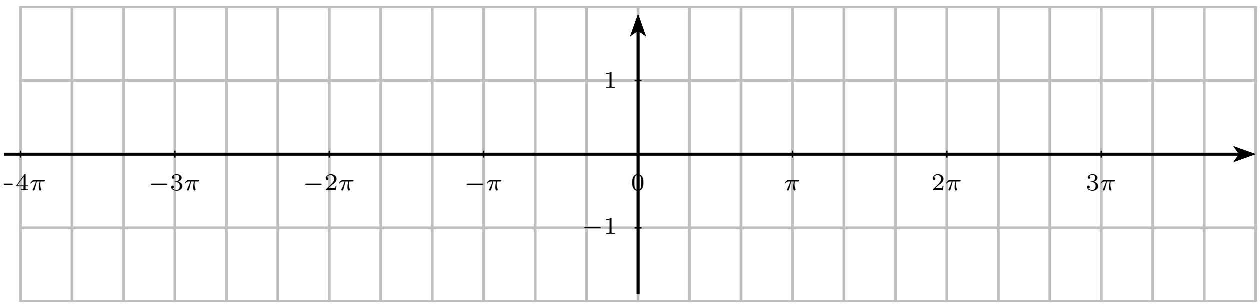
x	0		$\frac{2\pi}{3}$		π
$f(x)$	$\dots$	$\nearrow$	$\dots$	$\searrow$	$\dots$

Compléter les pointillés avec des valeurs exactes.

2. Calculer $f(-x)$. En déduire le tableau de variations de f sur $[-\pi\ ;\ \pi]$.

3. Montrer que f est 2π-périodique.

4. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f sur $[0\ ;\ \pi]$ puis sur $[-4\pi\ ;\ 4\pi]$.

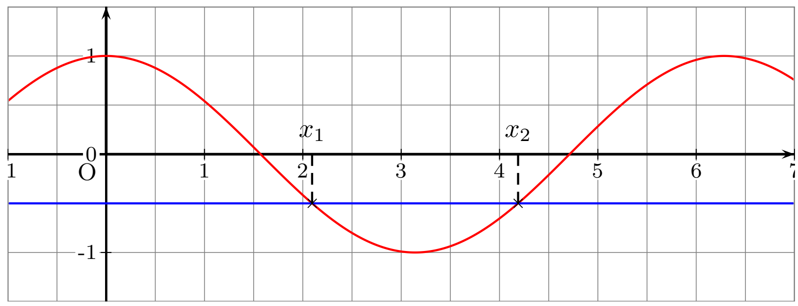


Exercice 5

Voici la représentation graphique de la fonction f définie par :

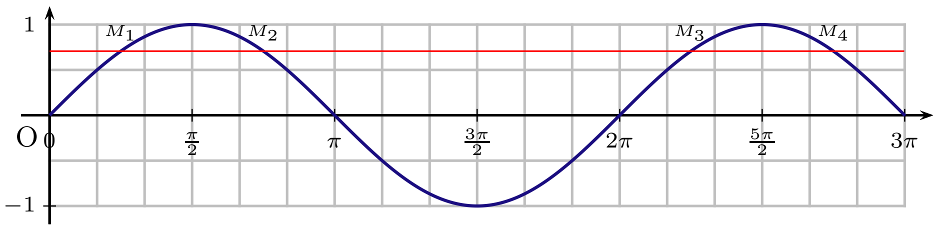
$$f(x) = \cos(x)$$

Déterminer les valeurs exactes des nombres x_1 et x_2.



Exercice 6

Voici la représentation graphique de la fonction sinus sur l'intervalle $I = [0\ ;\ 3\pi]$. La droite d'équation $y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ coupe la courbe en quatre points : M_1, M_2, M_3 et M_4.



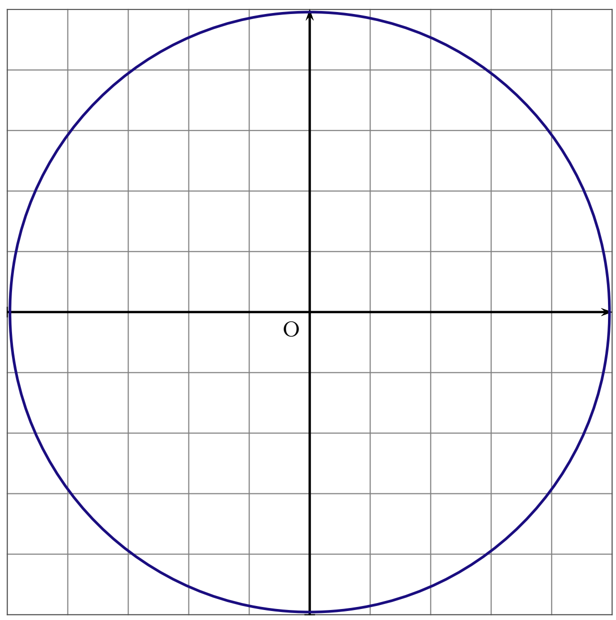
1. Donner les abscisses de ces quatre points en justifiant.

2. Résoudre graphiquement dans I les inéquations suivantes :

a. $\sin x < 0$ **b.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \leqslant \sin(x) \leqslant 1$ **c.** $\sin(x) < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 7

Soit x un réel de l'intervalle $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ et M le point du cercle $\mathscr{C}$ associé à x.



1. a. Placer sur la figure ci-contre le point M tel que $\sin(x) = \dfrac{3}{5}$.

b. Déterminer, par le calcul, $\cos(x)$.

2. a. Placer sur la figure ci-contre les points A, B, C, D et E du cercle $\mathscr{C}$ associés respectivement aux réels :

$$\frac{\pi}{2} + x \quad ; \quad \frac{\pi}{2} - x \quad ; \quad \pi + x \quad ; \quad \pi - x \quad ; \quad -x$$

b. Simplifier l' expression suivante :

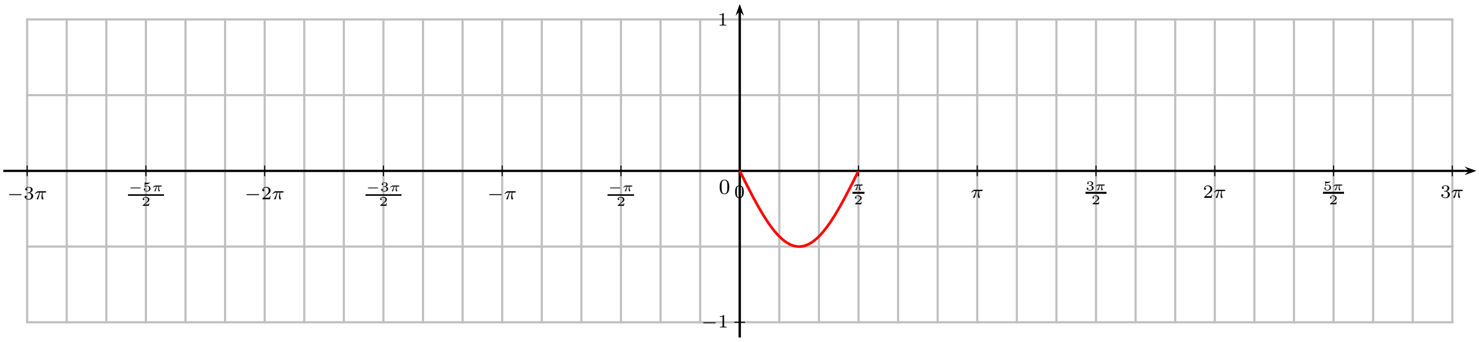
$$\mathrm{A}(x) = \cos(-x) + \sin(-x) + \cos(\pi + x) + \sin(\pi - x)$$

....
....
....
....
....
....

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\dfrac{1}{2}\sin(2x)$.

On a tracé sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{2}\right]$.



1. Calculer $f(-x)$ et en déduire une propriété graphique sur $\mathscr{C}_f$. Compléter $\mathscr{C}_f$ sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}\ ;\ 0\right]$.

2. Calculer $f(x+\pi)$ et en déduire une propriété graphique sur $\mathscr{C}_f$. Compléter $\mathscr{C}_f$ sur $[-3\pi\ ;\ 3\pi]$.

Exercice 9

On considère la fonction trigonométrique $f : x \longmapsto \cos(x)(\cos(x)+1)$ définie sur $\mathbb{R}$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 2\pi]$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

2. **a.** Montrer que la fonction f est paire.

b. Justifier que la fonction est 2π-périodique.

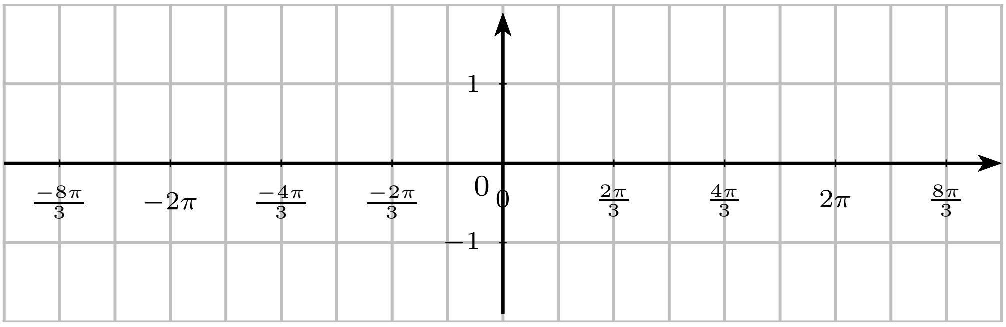
c. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de f à $[0\ ;\ \pi]$.

3. **a.** On donne le tableau de variations de la fonction f sur $[0\ \ \pi]$.

x	0		$\frac{2\pi}{3}$		π
$f(x)$	$\dots$	$\searrow$	$\dots$	$\nearrow$	$\dots$

Compléter les pointillés en détaillant les calculs.

b. Représenter la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous.



....

....

....