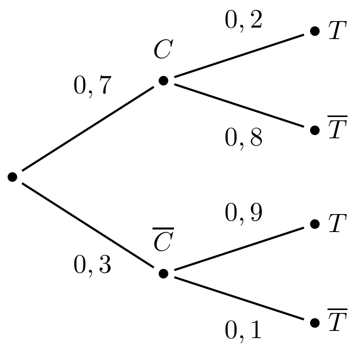
# MATHEMATIQUES
## Probabilités - Variables aléatoires : entraînement 3 (corrigé)

## Exercice 1

**1.** A l'aide des données du texte, on obtient l'arbre suivant :




**2.** On cherche $P(C \cap T)$.
$P(C \cap T) = p(C) \times p_C(T) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$

**Conseils**

On cherche la probabilité que le terrain soit occupé **et** que l'heure soit creuse. C'est donc la probabilité d'une intersection que l'on cherche : $p(C \underbrace{\cap}_{\text{et}} T)$

**3.** $C$ et $\overline{C}$ forment une partition de l'univers, donc d'après les probabilités totales,

$$\begin{aligned} P(T) &= P(C \cap T) + P\left(\overline{C} \cap T\right) \\ &= 0,14 + 0,3 \times 0,9 \\ &= 0,41 \end{aligned}$$

**4.** On cherche $P_T\left(\overline{C}\right)$.

$$P_T\left(\overline{C}\right) = \frac{P\left(T \cap \overline{C}\right)}{P(T)} = \frac{0,3 \times 0,9}{0,41} = \frac{27}{41}$$

**Conseil**

Identifiez bien la probabilité qu'il faut calculer. Ici c'est une probabilité conditionnelle (qui n'est pas inscrite sur une branche de l'arbre). On utilise donc la formule.

**5.** Puisque $X$ prend 3 valeurs (0,6 et 10), on calcule les trois probabilités $p(X=0)$, $p(X=6)$ et $p(X=10)$.

• L'événement $(X=0)$ est l'événement "la recette est nulle". La recette est nulle lorsque le terrain n'est pas occupé. On en déduit :
$p(X=0) = 1 - p(T) = 1 - 0,41 = 0,59$.

• L'événement $(X=6)$ est l'événement "la recette est de 6 €". La recette est de 6 € lorsque le terrain est occupé et loué en heure creuse. On en déduit :
$p(X=6) = p(C \cap T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$.

• L'événement $(X=10)$ est l'événement "la recette est de 10 €". La recette est de 10 € lorsque le terrain est occupé et loué en heure pleine. On en déduit :
$p(X=10) = p(T \cap \overline{C}) = 0,3 \times 0,9 = 0,27$.

On obtient le tableau de la loi de probabilité de $X$ :

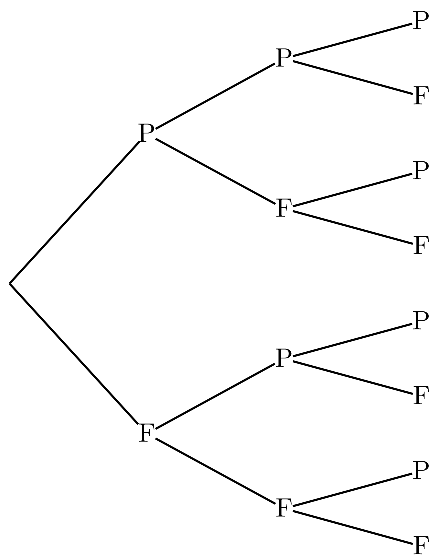
| $x_i$ | 0 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $0,59$ | 0,14 | $0,27$ |

**Pensez-y !**

• Sur la première ligne du tableau on inscrit les valeurs que peut prendre la variable aléatoire et sur la deuxième ligne les probabilités correspondantes.
• La somme des probabilités doit faire 1.

## Exercice 2

On schématise la situation par un arbre :




| Issues | Valeurs prises par $X$ : |
|---|---|
| PPP | 3 |
| PPF | 0 |
| PFP | 0 |
| PFF | $-3$ |
| FPP | 0 |
| FPF | $-3$ |
| FFP | $-3$ |
| FFF | $-6$ |

**1.** $X$ peut prendre les valeurs $-6$, $-3$, 0 et 3.
Les 8 issues sont équiprobables. Ainsi :

- $P(X = -6) = \dfrac{1}{8}$.
- $P(X = -3) = \dfrac{3}{8}$.
- $P(X = 0) = \dfrac{3}{8}$.
- $P(X = 3) = \dfrac{1}{8}$.

La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

| $x_i$ | $-6$ | $-3$ | 0 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X = x_i)$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

**2.** $E(X) = -6 \times \dfrac{1}{8} - 3 \times \dfrac{3}{8} + 0 \times \dfrac{3}{8} + 3 \times \dfrac{1}{8} = -1,5$.

$$\begin{aligned} V(X) &= p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + p_3(x_3 - E(X))^2 + p_4(x_4 - E(X))^2 \\ &= \frac{1}{8} \times (-6 - (-1,5))^2 + \frac{3}{8} \times (-3 - (-1,5))^2 + \frac{3}{8} \times (0 - (-1,5))^2 + \frac{1}{8} \times (3 - (-1,5))^2 \\ &= \frac{1}{8} \times (-6 + 1,5)^2 + \frac{3}{8} \times (-3 + 1,5)^2 + \frac{3}{8} \times (0 + 1,5)^2 + \frac{1}{8} \times (3 + 1,5)^2 \\ &= 6,75 \end{aligned}$$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{6,75} \simeq 2,60$.

**3.** L'écart-type est plus élevé sur le premier jeu, donc le premier jeu est plus risqué.