
MATHÉMATIQUES

AP : Montrer une égalité

Énoncé :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 + 6x + 9$.

Montrer que pour tout nombre réel x , on a : $f(x) = (x + 3)^2 + x^2$

Expliquer pourquoi les deux réponses suivantes sont incorrectes.

Réponse 1 : si on prend $x = 1$,

• Lorsqu'on remplace dans la première expression, on obtient : $f(1) = 2 \times 1^2 + 6 \times 1 + 9 = 2 + 6 + 9 = 17$

• Lorsqu'on remplace dans la deuxième expression, on obtient $f(1) = (1 + 3)^2 + 1^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

On a donc bien $f(x) = (x + 3)^2 + x^2$.

Réponse 2 :

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 3)^2 + x^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 + x^2 \\ &= 2x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

On a donc bien le résultat demandé.

Pour montrer une égalité du type $A = B$, plusieurs méthodes peuvent être employées (tout dépend de l'égalité ...). En voici les quatre principales :

Méthode 1

$$\begin{aligned} A &= \dots \\ &= \dots \\ &= B \end{aligned}$$

Méthode 2

$$\begin{aligned} B &= \dots \\ &= \dots \\ &= A \end{aligned}$$

Méthode 3

$$\begin{aligned} A - B &= \dots \\ &= \dots \\ &= 0 \end{aligned}$$

Méthode 4

$$\begin{aligned} A &= \dots \\ &= \dots \\ &= C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \dots \\ &= \dots \\ &= C \end{aligned}$$

Dans chacun des quatre cas, la conclusion est la même : "on en déduit $A = B$ ".

Démontrer l'égalité de l'énoncé.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

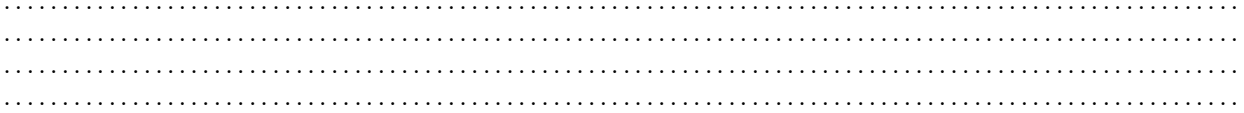
.....

.....

.....

.....

.....



Exercices

Exercice 1 :

Démontrer les égalités suivantes :

1. $1 + 3 + 3^2 + 3^3 = \frac{3^4 - 1}{2}$.

2. $2x^2 - 8x + 15 = 2(x - 2)^2 + 7$.

3. $(n + 1)^2 - (n + 1) = n^2 + n$.

4. $(x + 5)(x - 3) = (x + 1)^2 - 16$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2 :

Démontrer les égalités suivantes :

1. $\frac{5 - \sqrt{2}}{23} = \frac{1}{5 + \sqrt{2}}$.

2. $a^2 + ab + b^2 = \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3b^2}{4}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (1 - 2x)^2 - 9$.

1. Montrer que $f(x) = 4x^2 - 4x - 8$.
2. Montrer que $f(x) = (4 - 2x)(-2 - 2x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 30$.

1. Montrer que $f(x) = (2x + 6)(x - 5)$.
2. Montrer que $f(x) = (2x + 2)(x - 3) - 24$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x - 6)(2x + 2)$$

1. Montrer que $f(x) = 2x^2 - 10x - 12$.
2. Montrer que $f(x) = 2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 - \frac{49}{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

