Cours & méthodes

Les nombres

2
NOMBRES & CALCULS

1 Multiples, diviseurs et nombres premiers

Définition : Multiple et diviseur

Soit a et b deux nombres entiers. S'il existe un nombre entier k tel que $a = b \times k$, on dit que :

- b **divise** a ou b est un **diviseur** de a ;
- a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b.

Méthode : Démontrer qu'un nombre est un multiple/diviseur

Vrai ou faux ? Justifier.

1. 36 est un multiple de 12.
2. 28 est un multiple de 8.
3. 6 est un diviseur de 54.

Propriété : Nombres pairs et impairs

Soit n un nombre entier.

- n est **pair** si et seulement s'il existe un entier p tel que $n = 2p$.
- n est **impair** si et seulement s'il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$.

Remarque

Si n est impair, alors n^2 est impair.

Méthode : Démontrer la parité d'un nombre

Démontrer que pour tout entier n, $8n + 7$ est un entier impair.

Définition : Nombre premier

Un nombre premier est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Remarque

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

Méthode : Vérifier si un nombre est premier

Vérifier si les nombres suivants sont des nombres premiers :

- 219
- 97

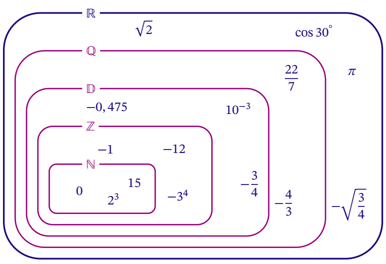
Méthode : Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Décomposer 300 en produit de facteurs premiers.

2 Ensembles de nombres

Définition

- L'ensemble des **entiers naturels**, noté $\mathbb{N}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un entier positif : $\mathbb{N} = \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ ......\}$.
- L'ensemble des **entiers relatifs**, noté $\mathbb{Z}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un entier positif ou négatif : $\mathbb{Z} = \{....\ ;\ -2\ ;\ -1\ ;\ 0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ ......\}$.
- L'ensemble des **décimaux**, noté $\mathbb{D}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.
- L'ensemble des **nombres rationnels**, noté $\mathbb{Q}$, est l'ensemble des nombres qui peuvent d'écrire sous la forme d'un quotient $\dfrac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z}^*$.
- L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$.



$\mathbb{N}$: ensemble des entiers naturels.
$\mathbb{Z}$: ensemble des entiers relatifs.
$\mathbb{D}$: ensemble des décimaux.
$\mathbb{Q}$: ensemble des rationnels.
$\mathbb{R}$: ensemble des réels.
On a : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Méthode : Reconnaître la nature d'un nombre

À quel ensemble de nombres appartient chacun des nombres suivants :

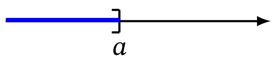
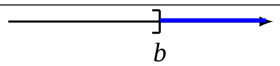
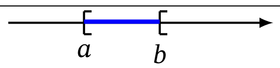
$$-\frac{1}{4} \qquad \frac{2}{6} \qquad 1,333 \qquad \sqrt{36} \qquad \sqrt{6} \qquad \frac{-3(\sqrt{2})^2}{12}$$

3 Les intervalles

Définition : Intervalle

L'ensemble des nombres réels compris entre a (inclus) et b (inclus) est appelé **intervalle** et se note $[a\ ;\ b]$.a et b sont les bornes de l'intervalle.

Soient $a < b$ deux nombres réels :

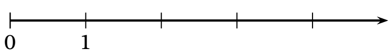
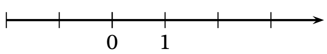
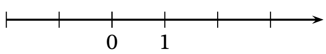
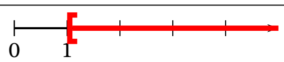
Ensemble des nombres réels x tels que :	Représentations	Intervalles
$x \leqslant a$		$]-\infty\ ;\ a]$
$x > b$		$]b\ ;\ +\infty[$
$a \leqslant x < b$		$[a\ ;\ b[$

Remarque : Les intervalles particuliers

- L'ensemble des réels $\mathbb{R}$ est $]-\infty\ ;\ +\infty[$;
- L'ensemble des réels positifs s'écrit $\mathbb{R}+$ ou $[0\ ;\ +\infty[$;
- L'ensemble des réels négatifs s'écrit $\mathbb{R}-$ ou $]-\infty\ ;\ 0]$;

Méthode : Noter un intervalle

Compléter le tableau suivant :

Inégalité	Intervalle	Représentation
$2 \leqslant x \leqslant 4$		
$-1 < x \leqslant 3$		
	$]-\infty\ ;\ 2[$	
		

Définition : Intersection et réunion d'intervalles

- L'intersection de deux intervalles I et J est l'ensemble noté $I \cap J$ qui contient les nombres qui appartiennent à I et à J.
- La réunion de deux intervalles I et J est l'ensemble noté $I \cup J$ qui contient les nombres qui appartiennent à I ou à J.

Remarque : Notation

$\mathbb{R}^* =]-\infty\ ;\ 0[\cup]0\ ;\ +\infty[$.

Méthode : Intersection et réunion d'intervalles

Déterminer l'intersection des intervalles I et J dans les cas suivants :
a. $I = [-1\ ;\ 3]$ et $J =]0\ ;\ 4[$;
b. $I =]-\infty\ ;\ -1]$ et $J = [1\ ;\ 4]$.

Déterminer l'intersection des intervalles I et J dans les cas suivants :
a. $I = [0\ ;\ 2[$ et $J = [1\ ;\ 4]$;
b. $I =]3\ ;\ +\infty[$ et $J = [-1\ ;\ 1]$.

----

4 Pour aller plus loin

Démonstration

Le carré d'un nombre impair est un nombre impair.

Démonstration

La somme de deux multiples d'un même entier relatif a est aussi un multiple de a.