Calcul littéral (Correction) Seconde

Corrigé de l'exercice 1

1) $A = 2x + 9x = \mathbf{11x}$

2) $B = 7x + 6x + 2 = \mathbf{13x + 2}$

Corrigé de l'exercice 2

1) $A = 5b + 4b = \mathbf{9b}$

2) $B = 6a + 5 = \mathbf{6a + 5}$

3) $C = 7a \times 9a = \mathbf{63a^2}$

4) $D = 8y \times 4 = \mathbf{32y}$

Corrigé de l'exercice 3

1) $A = 11x \times (-5) = -55x$

2) $B = -11x + 5$

Corrigé de l'exercice 4

$$\begin{aligned} A &= -(3z+6) + (z^2 + 7z - 5) \\ &= -3z - 6 + z^2 + 7z - 5 \\ &= \mathbf{z^2 + 4z - 11} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} B &= (-3b^2 - b - 9) - (5b^2 - 8b + 1) \\ &= -3b^2 - b - 9 - 5b^2 + 8b - 1 \\ &= \mathbf{-8b^2 + 7b - 10} \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 5

1) $= \dfrac{3}{2}x$

2) $= \dfrac{2}{3}x$

3) $= -17,4x^2 - 14,6x$

4) $= -\dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{15}{2}$

Corrigé de l'exercice 6

1) On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$,
avec $a = x$ et $b = 4$:
$A = (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

2) On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
avec $a = x$ et $b = 6$:
$B = (x + 9)^2 = x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2$
$= x^2 + 12x + 36$

Corrigé de l'exercice 7

1) On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$,
avec $a = 4x$ et $b = 3$:
$(4x - 3)(4x + 3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$

2) On développe l'expression en utilisant l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
avec $a = 9x$ et $b = 6$:
$(9x + 6)^2 = (9x)^2 + 2 \times 9x \times 6 + 6^2 = 81x^2 + 108x + 36$

Corrigé de l'exercice 8

1) $A = \left(\dfrac{4}{7}x - 4\right)\left(\dfrac{4}{7}x + 4\right) = \left(\dfrac{4}{7}x\right)^2 - 4^2 = \dfrac{16}{49}x^2 - 16$

2) $B = \left(\dfrac{4}{9}x + 9\right)^2 = \left(\dfrac{4}{9}x\right)^2 + 2 \times \dfrac{4}{9}x \times 9 + 9^2 = \dfrac{16}{81}x^2 + \dfrac{72}{9}x + 81$

Corrigé de l'exercice 9

1) $A = -3 - (7x + 8)(9x + 10)$
$= -3 - (63x^2 + 70x + 72x + 80)$
$= -3 - 63x^2 - 70x - 72x - 80$
$= -63x^2 - 142x - 83$

2) $B = 8x + 6(10x - 1)$
$= 8x + 60x - 6$
$= 68x - 6$

Corrigé de l'exercice 10

1) $A = (6x+7)(9x+8)$
$A = 54x^2 + 48x + 63x + 56$
$A = \mathbf{54x^2 + 111x + 56}$

2) $B = (8x-8)(7x+7)$
$B = 56x^2 + 56x - 56x - 56$
$B = \mathbf{56x^2 - 56}$

Corrigé de l'exercice 11

$A = (-3x-2)(3x-5) - (-4x-1)(-3x+1)$
$= ((-3x) \times 3x + (-3x) \times (-5) + (-2) \times 3x + (-2) \times (-5)) - ((-4x) \times (-3x) + (-4x) \times 1 + (-1) \times (-3x) + (-$
$= -9x^2 + 15x - 6x + 10 - (12x^2 - 4x + 3x - 1)$
$= (-9x^2 - (12x^2 - 4x + 3x - 1)) + (15x - 6x) + (10)$
$= \mathbf{-21x^2 + 10x + 11}$

$B = (t+5)(-2t+2) - (-t-2)^2$
$= (t \times (-2t) + t \times 2 + 5 \times (-2t) + 5 \times 2) - \left((-t)^2 + 2 \times (-t) \times (-2) + (-2)^2\right)$
$= -2t^2 + 2t - 10t + 10 - (4t + t^2 + 4)$
$= (-2t^2 - (4t + t^2 + 4)) + (2t - 10t) + (10)$
$= \mathbf{-3t^2 - 12t + 6}$

Corrigé de l'exercice 12

1) $A = 2a + 8b$
$= 2a + 2 \times 4b$
$= \mathbf{2(a + 4b)}$

2) $B = 28x + 49x^2$
$= 7x \times 4 + 7x \times 7x$
$= \mathbf{7x(4 + 7x)}$

Corrigé de l'exercice 13

$A = (2x+2)(3x-2) - (2x+2)(4x-4)$.
On remarque que $(2x+2)$ est un facteur commun.
$= (2x+2) + (3x-2) - (2x+2)(4x-4)$
$= (2x+2)(-x+2))$

$B = x(x-3) - 4(x-3)$ On remarque que $(x-3)$ est un facteur commun.
$= x(x-3) - 4(x-3)$
$= (x-3)(x-4)$

Corrigé de l'exercice 14

1) $A = x^2 + 2x + 1 = x^2 + 2 \times 1 \times x + 1^2 = (x+1)^2$

2) $B = x^2 - 18x + 81 = x^2 - 2 \times 9 \times x + 9^2 = (x-9)^2$

Corrigé de l'exercice 15

1) $A = x^2 - 81$
$A = x^2 - 9^2$
$A = \mathbf{(x-9)(x+9)}$

2) $B = x^2 - 4$
$B = x^2 - 2^2$
$B = \mathbf{(x-2)(x+2)}$

3) $C = x^2 - 25$
$C = x^2 - 5^2$
$C = \mathbf{(x-5)(x+5)}$

4) $D = x^2 - 49$
$D = x^2 - 7^2$
$D = \mathbf{(x-7)(x+7)}$

Corrigé de l'exercice 16

1) $A = 16x^2 - 81$
$A = (4x)^2 - 9^2$
$A = \mathbf{(4x - 9)(4x + 9)}$

2) $B = 81x^2 - 4$
$B = (9x)^2 - 2^2$
$B = \mathbf{(9x - 2)(9x + 2)}$

3) $C = 9x^2 - 25$
$C = (3x)^2 - 5^2$
$C = \mathbf{(3x - 5)(3x + 5)}$

4) $D = 81x^2 - 49$
$D = (9x)^2 - 7^2$
$D = \mathbf{(9x - 7)(9x + 7)}$

Corrigé de l'exercice 17

1) $A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x - 1)^2$

2) $B = \dfrac{4}{49}x^2 - 64 = \left(\dfrac{2}{7}x\right)^2 - 8^2 = \left(\dfrac{2}{7}x - 8\right)\left(\dfrac{2}{7}x + 8\right)$

Corrigé de l'exercice 18

1) On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, avec $a = 2x - 6$ et $b = 4$.

$$\begin{aligned}(2x - 6)^2 - 16 &= (2x - 6)^2 - 4^2\\ &= [(2x - 6) - 4]\,[(2x - 6) + 4]\\ &= (2x - 10)(2x - 2)\end{aligned}$$

2) On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, avec $a = 8$ et $b = 8x - 7$.

$$\begin{aligned}64 - (8x - 7)^2 &= 8^2 - (8x - 7)^2\\ &= [8 - (8x - 7)]\,[8 + (8x - 7)]\\ &= (8 - 8x + 7)(8 + 8x - 7)\\ &= (-8x + 15)(8x + 1)\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 19

1) On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, avec $a = 2x - 6$ et $b = 4x + 8$.

$$\begin{aligned}(2x - 6)^2 - (4x + 8)^2 &= [(2x - 6) - (4x + 8)]\,[(2x - 6) + (4x + 8)]\\ &= (2x - 6 - 4x - 8)(2x - 6 + 4x + 8)\\ &= (-2x - 14)(6x + 2)\end{aligned}$$

2) On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, avec $a = 4(8x - 7)$ et $b = 2(8x - 8)$.

$16(8x - 7)^2 - 4(8x - 8)^2 = [(4 \times 8x - 7 \times 4) - (2 \times 8x - 8 \times 2)]\,[(4 \times 8x - 7 \times 4) + (2 \times 8x - 8 \times 2)] \quad = (32x - 28 - 16x + 1$

Corrigé de l'exercice 20

1) L'équation $6x - 3 = 0$ a pour solution $\dfrac{1}{2}$.
L'équation $2x + 8 = 0$ a pour solution -4.
$\dfrac{1}{2}$ et -4 sont donc des valeurs interdites pour l'expression.
Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-4\,;\,\dfrac{1}{2}\right\}$,

$$\begin{aligned}\frac{9}{6x - 3} - \frac{9}{2x + 8} &= \frac{9(2x + 8)}{(6x - 3)(2x + 8)} - \frac{9(6x - 3)}{(6x - 3)(2x + 8)}\\ &= \frac{9(2x + 8) - 9(6x - 3)}{(6x - 3)(2x + 8)}\\ &= \frac{-36x + 99}{(6x - 3)(2x + 8)}\end{aligned}$$

2) Déterminer les valeurs interdites de cette expression, revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur de $\dfrac{3}{3x + 2}$, puisque la division par 0 n'existe pas.
L'équation $3x + 2 = 0$ a pour solution $\dfrac{-2}{3}$.

0 et $\dfrac{-2}{3}$ sont donc des valeurs interdites pour l'expression.

Pour $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{-2}{3}\,;\,0\right\}$,

$$\begin{aligned}\frac{4}{x} - \frac{3}{3x+2} &= \frac{4(3x+2)}{x(3x+2)} - \frac{3x}{x(3x+2)}\\ &= \frac{12x+8-3x}{x(3x+2)}\\ &= \frac{9x+8}{x(3x+2)}\end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 21

1) On isole J dans un membre de l'égalité :

   $K = J + I$

   $K - \boldsymbol{I} = J - I - \boldsymbol{I}$

   $K - I = J$

   Une expression de J en fonction de K et I est $J = K - I$.

2) On isole d dans un membre de l'égalité :

   $e = d - c$

   $e + \boldsymbol{c} = d - c + \boldsymbol{c}$

   $e + c = d$

   Une expression de d en fonction de e et c est $d = e + c$.

Corrigé de l'exercice 22

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $BC = x + 7$ et $AC = 5$, où x désigne un nombre positif. Nous devons exprimer AB^2 en fonction de x sous forme factorisée.

Dans un triangle rectangle, le théorème de Pythagore s'énonce comme suit :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Nous connaissons les longueurs BC et AC, alors nous les substituons dans l'équation :

$$(x+7)^2 = AB^2 + 5^2$$

Développons $(x+7)^2$:

$$(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$$

Et 5^2 :

$$5^2 = 25$$

Substituons ces valeurs dans l'équation :

$$x^2 + 14x + 49 = AB^2 + 25$$

Isolons AB^2 :

$$AB^2 = x^2 + 14x + 49 - 25$$

Simplifions :

$$AB^2 = x^2 + 14x + 24$$

Pour exprimer AB^2 sous forme factorisée, nous devons factoriser $x^2 + 14x + 24$. Nous cherchons deux nombres dont le produit est 24 et la somme est 14. Ces nombres sont 12 et 2. Donc :

$$x^2 + 14x + 24 = (x+12)(x+2)$$

Ainsi, la forme factorisée de AB^2 en fonction de x est :

$$AB^2 = (x+12)(x+2)$$

Corrigé de l'exercice 23
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (2x - 3)^2 - 6$$

Montrons que pour tout réel x,

$$g(x) = (x - 3)(4x + 1) - (x - 6)$$

Commençons par développer $g(x)$:

$$g(x) = (2x - 3)^2 - 6$$

Développons $(2x - 3)^2$:

$$(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

Donc,

$$g(x) = 4x^2 - 12x + 9 - 6 = 4x^2 - 12x + 3$$

Ensuite, développons $(x - 3)(4x + 1) - (x - 6)$:
Calculons $(x - 3)(4x + 1)$:

$$\begin{aligned}(x - 3)(4x + 1) &= x \cdot 4x + x \cdot 1 - 3 \cdot 4x - 3 \cdot 1\\ &= 4x^2 + x - 12x - 3\\ &= 4x^2 - 11x - 3\end{aligned}$$

Ensuite, considérons $(x - 3)(4x + 1) - (x - 6)$:

$$\begin{aligned}(x - 3)(4x + 1) - (x - 6) &= 4x^2 - 11x - 3 - x + 6\\ &= 4x^2 - 12x + 3\end{aligned}$$

Ainsi, nous avons montré que pour tout réel x,

$$g(x) = (x - 3)(4x + 1) - (x - 6)$$

Corrigé de l'exercice 24

1) Commençons par développer l'expression de $f(x)$:

$$f(x) = (1 - 2x)^2 - 9$$

Développons $(1 - 2x)^2$:

$$(1 - 2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$$

Donc,

$$f(x) = 1 - 4x + 4x^2 - 9$$

Simplifions l'expression :

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 - 9$$
$$f(x) = 4x^2 - 4x - 8$$

Ainsi, nous avons montré que :

$$f(x) = 4x^2 - 4x - 8$$

2) Montrer que $f(x) = (4 - 2x)(-2 - 2x)$.
Pour montrer cette égalité, nous devons factoriser l'expression obtenue précédemment $f(x) = 4x^2 - 4x - 8$.
Cherchons à factoriser $4x^2 - 4x - 8$. Remarquons que :

$$4x^2 - 4x - 8 = 4(x^2 - x - 2)$$

Factorisons $x^2 - x - 2$:

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

Donc,

$$4(x^2 - x - 2) = 4(x-2)(x+1)$$

Cependant, nous devons exprimer $f(x)$ sous la forme $(4-2x)(-2-2x)$.
Considérons l'expression :

$$(4-2x)(-2-2x)$$

Développons cette expression :

$$\begin{aligned}(4-2x)(-2-2x) &= 4\cdot(-2) + 4\cdot(-2x) - 2x\cdot(-2) - 2x\cdot(-2x)\\ &= -8 - 8x + 4x + 4x^2\\ &= 4x^2 - 4x - 8\end{aligned}$$

Nous constatons que cette expression est équivalente à $f(x)$. Donc,

$$f(x) = (4-2x)(-2-2x)$$

Ainsi, nous avons montré que :

$$f(x) = (4-2x)(-2-2x)$$

Corrigé de l'exercice 25
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 30$$

1) Développons l'expression $(2x+6)(x-5)$ pour vérifier qu'elle est égale à $f(x)$:

$$\begin{aligned}(2x+6)(x-5) &= 2x\cdot x + 2x\cdot(-5) + 6\cdot x + 6\cdot(-5)\\ &= 2x^2 - 10x + 6x - 30\\ &= 2x^2 - 4x - 30\end{aligned}$$

Nous constatons que cette expression est égale à $f(x)$. Donc,

$$f(x) = 2x^2 - 4x - 30 = (2x+6)(x-5)$$

Ainsi, nous avons montré que :

$$f(x) = (2x+6)(x-5)$$

2) Commençons par développer l'expression $(2x+2)(x-3)$:

$$\begin{aligned}(2x+2)(x-3) &= 2x(x-3) + 2(x-3)\\ &= 2x^2 - 6x + 2x - 6\\ &= 2x^2 - 4x - 6\end{aligned}$$

Maintenant, considérons $(2x+2)(x-3) - 24$:

$$\begin{aligned}(2x+2)(x-3) - 24 &= 2x^2 - 4x - 6 - 24\\ &= 2x^2 - 4x - 30\end{aligned}$$

Nous constatons que cette expression est équivalente à $f(x)$. Donc,

$$f(x) = (2x+2)(x-3) - 24$$

Ainsi, nous avons montré que :

$$f(x) = (2x+2)(x-3) - 24$$

Corrigé de l'exercice 26
Développons les deux expressions dans A pour vérifier l'affirmation :

$$A = (x+3)(2x+1) - x(2x+7)$$

Calculons $(x+3)(2x+1)$:

$$(x+3)(2x+1) = x(2x+1) + 3(2x+1) = 2x^2 + x + 6x + 3 = 2x^2 + 7x + 3$$

Calculons $x(2x+7)$:

$$x(2x+7) = 2x^2 + 7x$$

Soustrayons ces deux résultats :

$$A = (2x^2 + 7x + 3) - (2x^2 + 7x) = 2x^2 + 7x + 3 - 2x^2 - 7x = 3$$

Ainsi, nous avons vérifié que :

$$A = 3$$

Nous avons montré que, quel que soit le nombre x, la valeur de A est toujours égale à 3. L'élève a donc raison.
Développons les expressions C et D pour vérifier s'ils sont égaux pour tous les réels x :

$$C = (2x+6)(x-4)$$

Développons $(2x+6)(x-4)$:

$$(2x+6)(x-4) = 2x(x-4) + 6(x-4) = 2x^2 - 8x + 6x - 24 = 2x^2 - 2x - 24$$

Développons maintenant $D = x(2x-2) - 24$:

$$D = x(2x-2) - 24 = 2x^2 - 2x - 24$$

Nous constatons que les deux expressions sont égales :

$$C = 2x^2 - 2x - 24$$
$$D = 2x^2 - 2x - 24$$

Ainsi, nous avons montré que :

$$C = D$$

pour tous les réels x.
Corrigé de l'exercice 27

1. $D = (a+5)^2 - (a-5)^2 = 20a$.
2. Avec $a = 10000$, on obtient $D = 200000$.

Corrigé de l'exercice 28

1) développer l'expression.
2) a) canonique : $3(3-3)^2 + 5 = 5$
   b) développer : $3\left(\sqrt{2}\right)^2 - 18\sqrt{2} + 32 = 38 - 18\sqrt{2}$
   c) développer : $0^2 - 18 \times 0 + 32 = 32$

Corrigé de l'exercice 29

1) L'aire d'un carré est donnée par côté^2.
$$\begin{aligned} A &= (2x+1)^2 \\ &= (2x+1)(2x+1) \\ &= 4x^2 + 4x + 1. \end{aligned}$$
2) On utilise le théorème de Pythagore :
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= (x+1)^2 + (x+2)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 4x + 4) \\ &= x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 \\ &= 2x^2 + 6x + 5. \end{aligned}$$

3) On a :
$AB^2 + AC^2 = (x+5)^2 + (2x+2)^2$
$= x^2 + 10x + 25 + 4x^2 + 8x + 4$
$= 5x^2 + 18x + 29.$

$BC^2 = 5x^2 + 16x + 31.$
L'équation $5x^2 + 18x + 29 = 5x^2 + 16x + 31$ est équivalente à $2x - 2 = 0$ qui a pour solution $x = 1$.
Il existe une valeur de x pour laquelle ABC est rectangle en A : $x = 1$.

4) On note A_1 l'aire du carré initial et A_2 celle du nouveau carré.

$$\begin{aligned} A_1 &= x^2 \\ A_2 &= (x+2)^2 \\ &= x^2 + 4x + 4 \\ \Delta A &= A_2 - A_1 \\ &= (x^2 + 4x + 4) - x^2 \\ &= 4x + 4. \end{aligned}$$

L'affirmation de l'élève est que l'augmentation est $4x$.
En réalité, l'augmentation est $4x + 4$, donc l'élève n'a pas raison.

5) On note A_1 l'aire du carré initial et A_2 celle du carré agrandi.

$$\begin{aligned} A_1 &= x^2 \\ A_2 &= (x+1)^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 \\ A_2 - A_1 &= (x^2 + 2x + 1) - x^2 \\ &= 2x + 1 \\ 2x + 1 &= 5 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2. \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 30

1) • A avec $a = 1$ et $b = 5$.
$(a+b)^2 = (1+5)^2 = 6^2 = 36$, donc $A = 36$.
$(a-b)^2 = (1-5)^2 = (-4)^2 = 16$, donc $B = 16$.
$A - B = 36 - 16 = 20$.
$\frac{1}{4} \times 20 = 5$.

2) • Avec $a = -2$ et $b = -3$, on obtient :
$(a+b)^2 = (-2 + (-3))^2 = (-5)^2 = 25$, donc $A = 25$.
$(a-b)^2 = (-2 - (-3))^2 = 1^2 = 1$, donc $B = 1$.
$A - B = 25 - 1 = -24$.
$\frac{1}{4} \times 24 = 6$.

3) Pour démontrer cette conjecture,on utilise un calcul littéral.
On note les deux nombres choisis a et b. On obtient :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, donc $A = a^2 + 2ab + b^2$.

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, donc $B = a^2 - 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned} A - B &= (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) \\ &= \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + 2ab - \cancel{b^2} \\ &= 4ab \end{aligned}$$

$\frac{1}{4} \times 4ab = ab$.
On vient de prouver que le résultat final est bien le produit des deux nombres de départ.

Corrigé de l'exercice 31
On traduit les données de l'énoncé :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= z^2, \\ (x+y)^2 &= 41, \\ (x-y)^2 &= 9. \end{aligned}$$

Nous devons trouver la valeur de z.
Tout d'abord, développons les deux équations fournies :

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= 41 \\ x^2 + 2xy + y^2 &= 41, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-y)^2 &= 9 \\ x^2 - 2xy + y^2 &= 9. \end{aligned}$$

Nous avons donc le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2xy &= 41, \\ x^2 + y^2 - 2xy &= 9. \end{aligned}$$

Pour trouver $x^2 + y^2$ et xy, additionnons et soustrayons ces deux équations :

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2 + 2xy) + (x^2 + y^2 - 2xy) &= 41 + 9 \\ 2(x^2 + y^2) &= 50 \\ x^2 + y^2 &= 25, \end{aligned}$$

et maintenant, soustrayons les équations :

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2 + 2xy) - (x^2 + y^2 - 2xy) &= 41 - 9 \\ 4xy &= 32 \\ xy &= 8. \end{aligned}$$

Maintenant, nous savons que $x^2 + y^2 = 25$ et $xy = 8$.
Revenons à notre première équation :

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= z^2 \\ 25 &= z^2 \\ z &= \sqrt{25} \\ z &= 5. \end{aligned}$$

Corrigé de l'exercice 32

1) Pour justifier l'égalité, on commence par le membre de gauche afin d'obtenir le membre de droite.
$$\begin{aligned} \frac{3}{4n} + \frac{1}{3n} + \frac{5}{12n} &= \frac{3 \times 3}{4n \times 3} + \frac{1 \times 4}{3n \times 4} + \frac{5}{12n} \\ &= \frac{9}{12n} + \frac{4}{12n} + \frac{5}{12n} \\ &= \frac{17}{12n} \end{aligned}$$
2) On identifie $\frac{3}{2n}$ à $\frac{3}{14}$. On obtient $n = 7$.
Avec $n = 7$, on a : $\frac{3}{14} = \frac{3}{28} + \frac{1}{21} + \frac{5}{84}$.

Corrigé de l'exercice 33

1) On exprime V en fonction de d et de k.
$$\begin{aligned} d &= k \times V^2 \\ V^2 &= \frac{d}{k} \\ V &= \sqrt{\frac{d}{k}}. \end{aligned}$$
2) On a :
$$d = 15 \text{ m}, \quad k = 0{,}14 \text{ (sur route mouillée)}$$
$$\begin{aligned} V &= \sqrt{\frac{d}{k}} \\ V &= \sqrt{\frac{15}{0{,}14}} \\ V &\approx \sqrt{107{,}14} \\ V &\approx 10{,}35 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Pour convertir V de m/s en km/h :

$$V_{\text{km/h}} = V \times 3{,}6$$
$$V_{\text{km/h}} \approx 10{,}35 \times 3{,}6$$
$$V_{\text{km/h}} \approx 37{,}26.$$

Donc, la vitesse du véhicule est environ : $\boxed{37\ \text{km/h}}$

Corrigé de l'exercice 34

1) a) Choisissons le nombre 5.

1. $5 \times 4 = 20$
2. $5 - 2 = 3$
3. $3^2 = 9$
4. $20 + 9 = 29$

b) Choisissons le nombre 5.

1. $5^2 = 25$
2. $25 + 6 = 31$

Le résultat est donc 31.

2) Notons le nombre choisi x.

1. $x \times 4 = 4x$
2. $4x + (x-2)^2$
3. $4x + x^2 - 4x + 4$
4. $x^2 + 4$

3) Notons le nombre choisi x.

1. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

Le résultat est donc $x^2 - 4x + 4$

4) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier les réponses et écrire les étapes des éventuels calculs :

a) Choisissons le nombre $\dfrac{2}{3}$.

1. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$
2. $\dfrac{4}{9} + 6 = \dfrac{4}{9} + \dfrac{54}{9} = \dfrac{58}{9}$

L'affirmation est donc vraie.

b) Prenons un contre exemple : $n = 2$.

1. $n^2 = 4$
2. $4 + 6 = 10$ est un entier pair

L'affirmation est donc fausse.

c) Le résultat du programme B est $(x-2)^2$. Un carré est toujours positif.

L'affirmation est donc vraie.

d) Pour un nombre entier x, les résultats des programmes A et B sont respectivement $x^2 - 4x + 4$ et $x^2 + 4$.
• Si x est pair, alors il existe un entier p tel que $x = 2p$
$x^2 - 4x + 44p^2 - 8p + 4 = 4(p^2 - 2p + 1) = 4(p-1)^2$ qui est pair.
De même que $x^2 + 4 = 4p^2 + 4 = 4(p^2 + 1)$. Les deux résultats sont donc pairs.

• Si x est impair, alors il existe un entier p tel que $x = 2p + 1$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 4 &= (2p+1)^2 - 4(2p+1) + 4 \\ &= 4p^2 + 4p + 1 - 8p - 4 + 4 \\ &= 4p^2 - 4p + 1 \\ &= 4(p^2 - p) + 1 \end{aligned}$$

qui est impair.
De même que

$$\begin{aligned} x^2 + 4 &= (2p+1)^2 + 4 \\ &= 4p^2 + 4p + 5 \\ &= 4(p^2 - p + 1) + 1 \end{aligned}$$

qui est impair>.
les deux résultats sont donc impairs.
x a donc la même parité que les deux programmes.
L'affirmation est vraie.

Corrigé de l'exercice 35

1) On a :

Nombre de départ $n = 3$.
L'entier juste après $n + 1 = 4$.
L'entier juste avant $n - 1 = 2$.
Carré de l'entier juste après $(n + 1)^2 = 4^2 = 16$.
Carré de l'entier juste avant $(n - 1)^2 = 2^2 = 4$.
Différence des carrés $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = 16 - 4 = 12$.
Retrancher 3 fois le nombre de départ à cette différence
$12 - 3 \times 3 = 12 - 9 = 3$.
Le résultat final est 3.

2) On a :

Nombre de départ $n = 10$.
L'entier juste après $n + 1 = 11$.
L'entier juste avant $n - 1 = 9$.
Carré de l'entier juste après $(n + 1)^2 = 11^2 = 121$.
Carré de l'entier juste avant $(n - 1)^2 = 9^2 = 81$.
Différence des carrés $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = 121 - 81 = 40$.
Retrancher 3 fois le nombre de départ à cette différence
$40 - 3 \times 10 = 40 - 30 = 10$.
Le résultat final est 10.

3) Conjecture : Le résultat final est toujours égal au nombre de départ.
Prouvons cette conjecture en utilisant un nombre entier n quelconque :

Nombre de départ n.
L'entier juste après $n + 1$.
L'entier juste avant $n - 1$.
Carré de l'entier juste après $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1$.
Carré de l'entier juste avant $(n - 1)^2 = n^2 - 2n + 1$.
Différence des carrés
$(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1)$
$= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1$
$= 4n$.
Retrancher 3 fois le nombre de départ à cette différence
$4n - 3n = n$.
Le résultat final est n.

Donc, le résultat final est toujours égal au nombre de départ, ce qui confirme notre conjecture.