Cours & méthodes

Les puissances

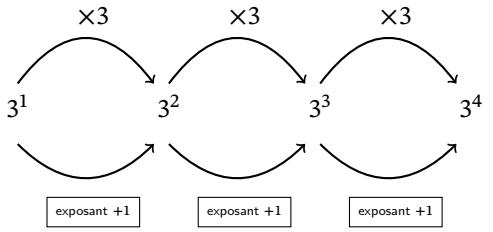
1

NOMBRES & CALCULS

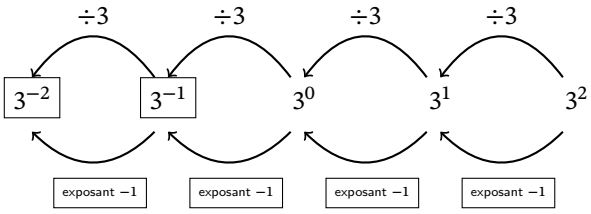
1 Puissances entières d'un nombre relatif

1.1 Notations a^n et a^{-n}

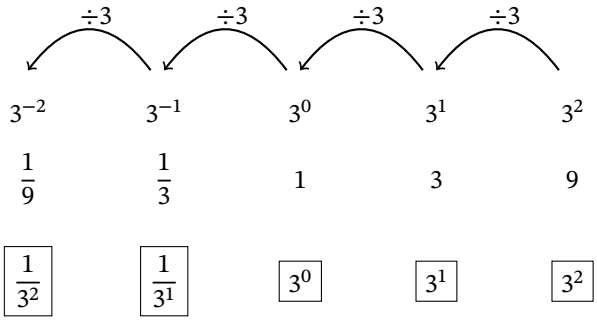
En multipliant à chaque fois par le même nombre, l'exposant augmente de 1 à chaque étape :



En poursuivant la suite décroissante des exposants, on invente les exposants négatifs :



En divisant à chaque fois par 3, on arrive à calculer la valeur des nombres à exposants négatifs :



Définition : Puissances d'un nombre

Pour tout nombre entier n positif non nul, pour tout nombre a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Et, si a est non nul, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times .... \times a}_{n \text{ facteurs}}}$.

Par convention, $a^0 = 1$.

a^n (lu "a puissance n") est appelé **puissance n-ième** de a et n est appelé l'exposant.

Exemple : Attention

$5^{-3} = \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{1}{125}$ $\qquad -5^3 = -5^3 = -5 \times 5 \times 5 = -125$

Donc 5^{-3} n'est pas égal à -5^3.

1.2 Puissances de 10

Propriété : Puissances de 10

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ fois}} = 1\,\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}} \qquad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,00\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$$

Exemples

$10^2 = 100$; $10^3 = 1\,000$ et $10^{-2} = \dfrac{1}{10^2} = 0,01$; $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = 0,001$

Définition : Notation scientifique

Écrire un nombre en notation scientifique c'est l'exprimer sous la forme :

$a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$ et n entier relatif

Exemples

$321\,000 = 3,21 \times 10^5$

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}
	3,	2	1	0	0	0	

$0{,}003\,45 = 3,45 \times 10^{-3}$

10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
	0,	0	0	4	5	

2 Calculs avec les puissances

Propriétés

n et m sont deux entiers relatifs et a un nombre.

$a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\quad a^n \times b^n = (a \times b)^n$ $\quad \dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ si $a \neq 0$ $\quad (a^m)^n = a^{n \times m}$

Méthode : Calculer avec des puissances

Écrire chaque expression sous la forme a^n :

1) $3^5 \times 3^7$
2) $\dfrac{4^2}{4^3}$
3) $(7^2)^5$
4) $\dfrac{6^3 \times 6^{-7}}{6^{-2}}$
5) $4^7 \times 4^5$
6) $6^7 \times 9^7$
7) $\dfrac{1}{3^5}$
8) $7^3 \times (7^2)^6$