
MATHEMATIQUES

Calcul littéral - Equations : entraînement (2)

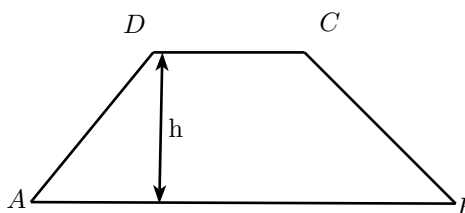
Exercice 1

Dans cet exercice, on utilisera le résultat suivant :

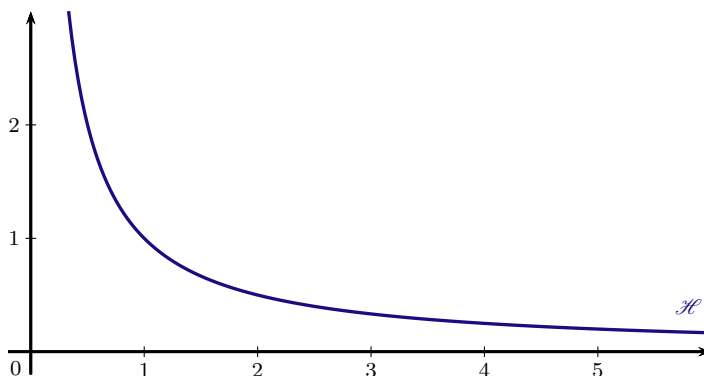
L'aire d'un trapèze est donnée par :
$$\frac{(\text{Petite base} + \text{Grande base}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

Soit ici :

$$\frac{(CD + AB) \times h}{2}$$



Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère l'hyperbole \mathcal{H} représentant la fonction inverse. Pour tout réel $a > 1$, on note A , B et C les points de \mathcal{H} d'abscisses respectives 1, a et a^2 . On note A' , B' et C' leurs projetés orthogonaux sur l'axe des abscisses.



1. Dans cette question $a = 2$.
 - a. Construire sur la figure les trapèzes $A'B'BA$ et $B'C'CB$.
 - b. Montrer que les aires de ces deux trapèzes sont égales.
2. Dans cette question a est un réel quelconque strictement plus grand que 1.
 - a. Exprimer en fonction de a les longueurs $A'B'$, BB' , CC' et $B'C'$.
 - b. Montrer que l'aire du trapèze $A'B'BA$ est égale à :

$$\frac{a^2 - 1}{2a}$$

- c. Démontrer que quelque soit la valeur de $a > 1$, les deux trapèzes $A'B'BA$ et $B'C'CB$ ont les mêmes surfaces.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

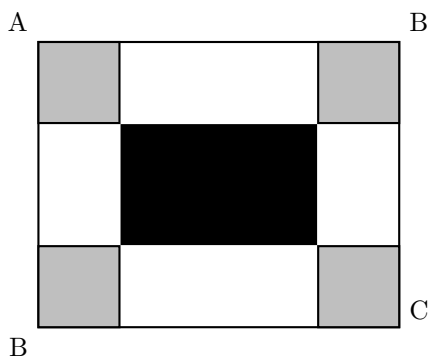
.....

.....

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que $AB = 30$ cm et $BC = 24$ cm.

On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris. On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en noir.



- Dans cette question, les quatre carrés gris ont tous 7 cm de côté. Dans ce cas :
 - quel est le périmètre d'un carré gris ?
 - quel est le périmètre du rectangle noir ?.....
- Dans cette question, la longueur du côté des quatre carrés gris peut varier. Par conséquent, les dimensions du rectangle noir varient aussi.
Est-il possible que le périmètre du rectangle noir soit égal à la somme des périmètres des quatre carrés gris?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

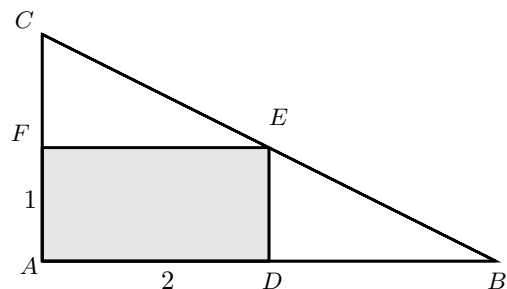
.....

.....

.....

Exercice 3

On considère un rectangle $ADEF$, de dimensions $AD = 2$ et $AF = 1$.
Le point B appartient à la demi-droite $[AD)$ et est tel que $AB > 2$.
La droite (BE) coupe la droite (AC) en C .
On note $x = AB$ et $y = AC$.



- Montrer que, pour $x > 2$, $y = 1 + \frac{2}{x-2}$.
- En déduire la position du point B sur (AD) pour que $AC = 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 4

$[AB]$ est un segment de longueur 10 et M est un point de $[AB]$.

Du même côté du segment $[AB]$, on trace le triangle équilatéral MBH et le rectangle $AMFD$ de telle façon que $AD = 2 \times AM$.

On pose $AM = x$.

1. Dans cette question $x = 2$.
 - a. Réaliser une figure.
 - b. Déterminer le périmètre du triangle MBH et le périmètre du carré $AMFD$.

2. Déterminer la valeur exacte de x pour que le périmètre du triangle MBH soit égal à celui du rectangle $AMFD$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 5

Dans cet exercice, toutes les mesures sont exprimées en centimètres. On considère un rectangle de largeur x . On suppose que sa longueur mesure 6 cm de plus que sa largeur. On note $A(x)$ l'aire du rectangle en fonction de x .

1. Quelle est l'aire du rectangle lorsque $x = 10$ cm ?
2. Exprimer $A(x)$ en fonction de x .
3. Montrer que $A(x) = (x + 3)^2 - 9$.
4. Montrer que l'équation $A(x) = 27$ peut s'écrire $(x - 3)(x + 9) = 0$.
5. Existe-t-il une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est 27 cm²? Si oui la donner en justifiant.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

