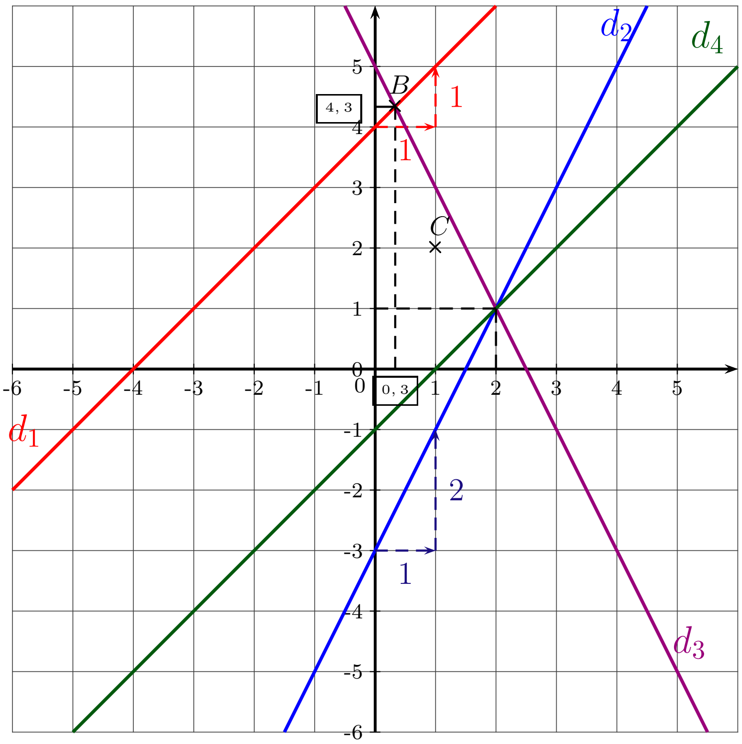
MATHEMATIQUES
Droites et systèmes : entraînement 1 (corrigé)

Exercice 1



1. • Pour d_1. L'ordonnée à l'origine est 4 et le coefficient directeur est 1. Ainsi, $d_1 \; : \; y = x + 4$.

• Pour d_2. L'ordonnée à l'origine est -3 et le coefficient directeur est 2. Ainsi, $d_2 \; : \; y = 2x - 3$.

2. a. Position du point A.
Le point A est sur d_3 si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.
$5 - 2 \times (-1,2) = 5 + 2,4 = 7,4 \neq 7,3$.

Bien comprendre
Si l'égalité $y_A = 5 - 2x_A$ est vérifiée, le point A est sur d_3, sinon il ne l'est pas.

Le point A n'est pas sur d_3.

Où est-il ?
En fait, le point A se situe juste en-dessous de la droite car $7,3 < 7,4$.

b. Les coefficients directeurs de d_1 et d_4 sont égaux ($= 1$). On en déduit que les droites d_1 et d_4 sont parallèles.

c. On représente les droites à l'aide des tableaux de valeurs ci-dessous :

Pour d_3 :

x	0	2
y	5	1

Pour d_4 :

x	0	2
y	-1	1

Evidemment (fois 2)
• Vous pouvez utiliser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur pour tracer ces droites.
• Vous pouvez choisir d'autres valeurs pour x. Ne prenez pas quand même 20159 !

3. Les coordonnées du point B vérifient : $\begin{cases} y = x + 4 \\ y = 5 - 2x \end{cases}$.

Ce système est équivalent à $\begin{cases} y = x + 4 \\ x + 4 = 5 - 2x \end{cases}$.

On résout l'équation $x + 4 = 5 - 2x$.

$$\begin{aligned} x + 4 &= 5 - 2x \\ 2x + x &= 5 - 4 \\ 3x &= 1 \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

En remplaçant x par $\frac{1}{3}$ dans la première équation, on obtient :

$y = \frac{1}{3} + 4 = \frac{1}{3} + \frac{12}{3} = \frac{13}{3}$.

Le système a donc pour solution le couple : $\left(\frac{1}{3} \ ; \ \frac{13}{3}\right)$.

Remarque

Les deux droites d_1 et d_3 ne sont pas parallèles. Il y aura donc bien un point d'intersection. On peut d'ailleurs lire graphiquement des valeurs approchées de ses coordonnées : $(0,3 \ ; \ 4,3)$.

Pensez-y !

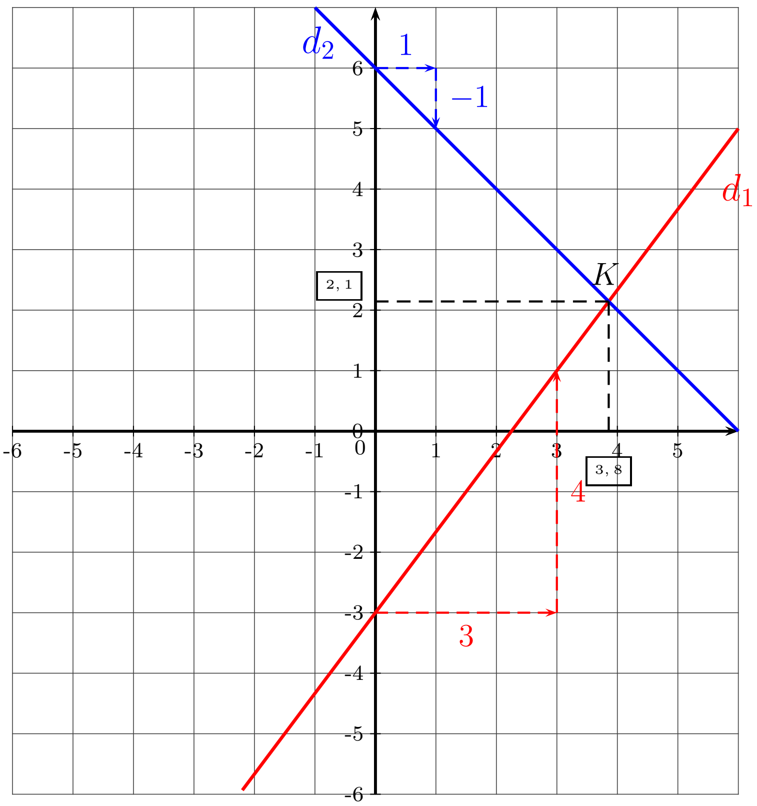
N'oubliez pas de vérifier que les valeurs sont cohérentes avec celles trouvées graphiquement.

4. Equation de la droite (OC).
L'ordonnée à l'origine de cette droite est 0 (puisqu'elle passe par l'origine du repère).
Le coefficient directeur est donné par $m = \frac{y_C - y_O}{x_C - x_O} = \frac{2 - 0}{1 - 0} = 2$.

Par conséquent, une équation de la droite (OC) est $y = 2x$.

Exercice 2

1. Représentations graphiques des droites.



• Pour d_1 :

$m = \frac{4}{3} = \frac{\text{Déplacement vertical}}{\text{Déplacement horizontal}}$.
L'ordonnée à l'origine est -3.

• Pour d_2 :

$m = -1$.
L'ordonnée à l'origine est 6.

2. Les coordonnées du point K vérifient : $\begin{cases} y = \dfrac{4}{3}x - 3 \\ y = -x + 6 \end{cases}$.

On résout l'équation $\dfrac{4}{3}x - 3 = -x + 6$.

$$\begin{aligned}
\frac{4}{3}x - 3 &= -x + 6 \\
\frac{4}{3}x + x &= 6 + 3 \\
\frac{4}{3}x + \frac{3}{3}x &= 9 \\
\frac{7}{3}x &= 9 \\
x &= 9 \div \frac{7}{3} \\
x &= 9 \times \frac{3}{7} \\
x &= \frac{27}{7}
\end{aligned}$$

En remplaçant x par $\dfrac{27}{7}$ dans la deuxième équation, on obtient :

$y = -\dfrac{27}{7} + 6 = -\dfrac{27}{7} + \dfrac{42}{7} = \dfrac{15}{7}$.

Remarque

Les deux droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles. Il y aura donc bien un point d'intersection. On peut d'ailleurs lire graphiquement des valeurs approchées de ses coordonnées : $(3,8\ ;\ 2,1)$.

Le système a donc pour solution le couple : $\left(\dfrac{27}{7}\ ;\ \dfrac{15}{7}\right)$.

Pensez-y !

N'oubliez pas de vérifier que les valeurs sont cohérentes avec celles trouvées graphiquement.

Exercice 3

a. D ne passe pas par l'origine du repère. En effet, le couple $(0\ ;\ 0)$ ne vérifie pas l'égalité $3x+y = 6$ car $3\times0+0 = 0 \neq 6$.
L'affirmation est fausse.

b. $3x + y = 6$ s'écrit $y = -3x + 6$.

$m = -3 < 0$.
Donc le coefficient directeur de la droite D est négatif.

L'affirmation est vraie.

Réflexe

Ecrivez l'équation sous la forme $y = mx + p$ afin de d'identifier la valeur de m et la valeur de p.

c. L'équation réduite de la droite D est $y = -3x + 6$. On en déduit que l'ordonnée à l'origine de la droite D est 6.

L'affirmation est fausse.

d. Le point de coordonnées $(2\ ;\ 0)$ est bien un point de l'axe des abscisses.
On vérifie que ce point est un point de la droite D :
coupe l'axe des abscisses en $(2\ ;\ 0)$.
$3 \times 2 + 0 = 6$. Donc ce point est bien sur D.
On en déduit que D coupe l'axe des abscisses en $(2\ ;\ 0)$.
L'affirmation est vraie.

Autre méthode

Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de D avec l'axe des abscisses, on résout le système

$$\begin{cases} y = 0 & \text{Axe des abscisses} \\ 3x + y = 6 & \text{Equation de } D \end{cases}$$

ce qui revient à remplacer y par 0 dans l'équation.

e. Pour $x = \dfrac{1}{3}$ et $y = 5$,

$$\begin{aligned} 3 \times \frac{1}{3} + 5 &= 1 + 5 \qquad \text{Car } 3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Donc le point A est sur D. L'affirmation est vraie.

f. Le coefficient directeur de la droite D' est $\dfrac{1}{3}$ et celui de la droite D est 3. Donc les deux droites ne sont pas parallèles.
L'affirmation est fausse.

Exercice 4

1. Nabolos dit à Jérémyos : « Si tu me donnes 6 billes, j'en aurai autant que toi. »

Jérémyos réplique : « Si je t'en donne 10, tu en auras 2 fois plus que moi. »

$$\begin{cases} n + 6 = j - 6 & \text{(Nombre de billes de Nabolos) + 6 = (Nombre de billes de Jérémyos) } - 6 \\ n + 10 = 2(j - 10) & \text{(Nombre de billes de Nabolos) + 10 = 2 × ((Nombre de billes de Jérémyos) } - 10) \end{cases}$$

2. Les système :

$$\begin{cases} n + 6 = j - 6 \\ n + 10 = 2(j - 10) \end{cases}$$

est équivalent à :

$$\begin{cases} n = j - 12 \\ n + 10 = 2j - 20 \end{cases}$$

soit :

$$\begin{cases} n = j - 12 \\ n = 2j - 30 \end{cases}$$

On résout l'équation $j - 12 = 2j - 30$.

$$\begin{aligned} j - 12 = \ & 2j - 30 \\ j - 2j &= -30 + 12 \\ -j &= -18 \\ j &= 18 \end{aligned}$$

En remplaçant j par 18 dans la première équation, on obtient : $n = 6$.

Conclusion : Jérémyos a 18 billes et Nabolos a 6 billes.