MATHEMATIQUES

Un exercice complet sur un partage : géométrie/fonctions/équations (corrigé)

- Partie A -

1. Les droites (MN) et (AB) étant parallèles, les triangles CMN et CAB sont en configuration de Thalès.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CN}{CA}=\boxed{\frac{CM}{CB}=\frac{MN}{AB}}$$

De l'égalité encadrée, il vient :

$$\frac{50}{80}=\frac{MN}{60}$$

Par produit en croix :

$$\begin{aligned} 80\times MN =& \ 50\times 60 \\ MN =& \ \frac{3000}{80} \\ MN =& \ 37,5 \text{ m} \end{aligned}$$

2. Comme $(AB)\perp(BC)$ et $(AB)//(MN)$, on en déduit $(MN)\perp(BC)$. Ainsi le triangle MNC est rectangle en M.

Son aire est :

$$\mathcal{A}_{CMN}=\frac{MC\times MN}{2}=\frac{50\times 37,5}{2}=937,5\text{m}^2$$

Sachant que l'aire totale est 2400 m^2, on en déduit l'aire du trapèze :

$$\mathcal{A}_{ANMB}=2400-937,5=1462,5\text{m}^2$$

On en déduit

$$\mathcal{A}_{CMN}\leqslant\mathcal{A}_{ANMB}$$

3. M étant à 50 m de C, l'aire du triangle est inférieure à celle du trapèze. On veut que les deux aires soient égales, on veut donc augmenter l'aire du triangle, ce qui diminuera l'aire du trapèze.
Ainsi on doit « rapprocher le point M »du point B.
Le point M sera donc à plus de 50 m de C.

- Partie B -

1. Les droites (MN) et (AB) étant parallèles, les triangles CMN et CAB sont en configuration de Thalès.
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{CN}{CA}=\boxed{\frac{CM}{CB}=\frac{MN}{AB}}$$

De l'égalité encadrée, il vient :

$$\frac{x}{80}=\frac{MN}{60}$$

Par produit en croix :

$$\begin{aligned} 80\times MN =& \ 60\times x \\ MN =& \ \frac{60x}{80} \\ MN =& \ \frac{3}{4}x \end{aligned}$$

2. Le triangle CMN est rectangle en M et a pour aire :

$$\mathcal{A}_{CMN} = \frac{MC \times MN}{2} = \frac{x \times \frac{3}{4}x}{2} = x \times \frac{3}{4}x \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{8}x^2}$$

3. a. On cherche x de façon que $f(x) = 1200$. Graphiquement $x \approx 57$.

b. Les deux parcelles ont la même aire quand $f(x) = 1200$ soit :

$$\begin{aligned} \frac{3}{8}x^2 &= 1200 \\ x^2 &= \frac{1200}{\frac{3}{8}} \\ x^2 &= \frac{1200 \times 8}{3} \\ x^2 &= 3200 \end{aligned}$$

$$x = \sqrt{3200} = \sqrt{1600 \times 2} = 40\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{3200} \;\; \text{(Solution négative à rejeter)}$$

c. On a montré dans la question **1.** que $MN = \frac{3}{4}x$.
Ainsi quand les deux parcelles ont la même aire :

$$MN = \frac{3}{4} \times 40\sqrt{2} = 30\sqrt{2} \approx 42,4\text{m}$$

- Partie C -

1. Le muret mesure 42,2 m de long. Une briquette mesure 20 cm soit 0,2 m de long.
Pour construire un rang de briquette il faut

$$\frac{42,2}{0,2} = 211\text{briquettes}$$

Le muret mesure 1 m de hauteur. Une briquette mesure 10 cm =0,1 m de hauteur.
Le muret sera constitué de $\frac{1}{0,1} = 10$ rangs de briquettes en hauteur.
On en déduit qu'il faut au total $10 \times 211 = \boxed{2110}$ briquettes.

2. 20 briquettes coûtent 35 €.
Une briquette coûte $35 \div 20 = 1,75$ €.
On en déduit le coût du muret : $1,75 \times 2110 = 3692,5$€.