
MATHEMATIQUES

Exercice sur les nombres premiers

Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts entiers et positifs (qui sont alors 1 et lui-même). Ainsi, 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur entier positif; 0 non plus car il est divisible par tous les entiers positifs. Par opposition, un nombre non nul produit de deux nombres entiers différents de 1 est dit composé. Par exemple $6 = 2 \times 3$ est composé, tout comme $21 = 3 \times 7$ ou 7×3 , mais 11 est premier car 1 et 11 sont les seuls diviseurs de 11.

Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 3.

On pose : $a = \frac{p+1}{2}$ et $b = \frac{p-1}{2}$.

1. Justifier que a et b sont des entiers.

2. a. Démontrer que $a^2 - b^2 = p$.

b. Recopier et compléter la phrase : « Tout nombre premier supérieur ou égal à 3 peut s'écrire »

3. Appliquer ce résultat à 23, puis à 37.