MATHEMATIQUES
Les statistiques : entraînement 2 (corrigé)

Exercice 1

1. Tableau complété :

FCR	42	43	45	46	48	49	50	51	52	53	54	55	57	59	61
Effectifs	1	1	2	3	5	1	7	4	9	8	5	7	1	6	1
Effectifs cumulés croissants	1	2	4	7	12	13	20	24	33	41	46	53	54	60	61

Dans la cellule grisée, il y a 7. Cela signifie qu'il y a 7 personnes qui ont une FCR de 46 ou moins.

2.
- $N = 61$ et $\dfrac{61}{2} = 30,5$. On prend la $31^{\text{ième}}$ valeur pour médiane, ainsi, $Me = 52$.
- $\dfrac{61}{4} = 15,25$. On prend la $16^{\text{ième}}$ valeur pour Q_1, ainsi, $Q_1 = 50$.
- $\dfrac{3 \times 61}{4} = 45,75$. On prend la $46^{\text{ième}}$ valeur pour Q_3, ainsi, $Q_3 = 54$.

3. **a.** En utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice, on obtient la moyenne : $\overline{x} \simeq 52,05$ et l'écart-type $s \simeq 4,05$ de cette série.

b. On détermine d'abord les bornes de l'intervalle :
$\overline{x} - 2s = 52,05 - 2 \times 4,05 = 43,95$ et $\overline{x} + 2s = 52,05 + 2 \times 4,05 = 60,15$.
L'intervalle est donc : $[52,05\ ;\ 60,15]$.
En utilisant le tableau, on compte 58 sportifs dont la FCR est dans cet intervalle.

$\dfrac{58}{61} \simeq 0,951$ soit environ $95,1\%$.
Il y a donc un peu plus de 95 % de sportifs qui ont une FCR dans l'intervalle $[52,05\ ;\ 60,15]$.

4. D'après les diagrammes précédents, on observe que dans le groupe 1, au moins 75% des individus ont une FCR inférieur ou égale à 54 contrairement au groupe 2 où au moins 75% des individus ont une FCR supérieur ou égale à 57. Il semble donc que la pratique régulière d'activités sportives permet d'avoir une FCR plus faible.

Exercice 2

1. $\overline{x} = \dfrac{24 \times 5 + 48 \times 10 + 19 \times 20 + 2 \times 50 + 4 \times 100}{24 + 48 + 19 + 2 + 4} \simeq 15,26$.

La valeur moyenne arrondie à l'unité est 15 €.

Réponse **B.**

2. On complète le tableau avec la ligne des effectifs cumulés croissants (ECC) :

Montants	5	10	20	50	100
Nombre de chèques	24	48	19	2	4
ECC	24	72	91	93	97

La série compte 97 valeurs.

$\dfrac{97}{2} = 48,5$. La médiane est la $49^{\text{ième}}$ valeur : 10. Ainsi, $Me = 10$ €.

On a $Me = 10$ et $\overline{x} \simeq 15$, ainsi$Me < \overline{x}$.

Réponse **B.**

3. La réponse à cette question nécessite le calcul de Q_3 :
$\dfrac{3 \times 97}{4} = 72,75$. Le troisième quartile est la $73^{\text{ième}}$ valeur : 20. Ainsi, $Q_3 = 20$ €.
Cela signifie qu'il y a au moins 75 % des chèques remis qui ont une valeur inférieure ou égale à 20 €.

Réponse **D.**

4. La réponse à cette question nécessite le calcul de Q_1 :
$\dfrac{97}{4} = 24,25$. Le premier quartile est la $25^{\text{ième}}$ valeur : 10. Ainsi, $Q_1 = 10$ €.
Cela signifie qu'il y a au moins 75 % des chèques remis qui ont une valeur supérieure ou égale à 10 €.

Réponse **B.**

5. L'écart interquartile est donné par $Q_3 - Q_1 = 20 - 10 = 10$.

Réponse **D.**

6. En utilisant la calculatrice, on obtient : $\sigma \simeq 19$.

Réponse **A.**

Exercice 3

1. a. On calcule la moyenne en utilisant les effectifs :

$$\overline{x} = \frac{1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times 4 + 3 \times 5 + 1 \times 6 + 3 \times 7}{1 + 3 + 5 + 3 + 1 + 3} = 4,5$$

Moyenne

Soit la série statistique discrète définie par le tableau ci-dessous :

Valeurs	x_1	x_2	....	x_p
Effectifs	n_1	n_2	....	n_p

La **moyenne** $\overline{x}$ est le nombre réel défini par :

$$\overline{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \ ... \ + n_p \times x_p}{N}$$

La moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif est la valeur que prendraient les valeurs de cette série si elles étaient toutes égales.

Réponse : a.

b. On utilise la calculatrice.

Calculatrice

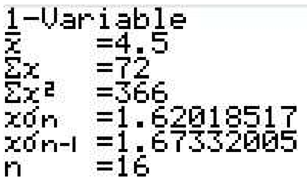
- Dans le menu **STAT**, entrer les valeurs de la variable dans la première colonne (**LIST1**) et les effectifs dans la deuxième colonne (**LIST2**).

- Pour définir les listes, on utilise la commande **CALC** ($\boxed{\textbf{F2}}$), puis choisir **SET** pour définir les listes : Choisir **LIST1** pour **1VAR XLIST** et **LIST2** pour **1VAR FREQ**. Valider les réglages avec $\boxed{\textbf{EXE}}$.

- Pour obtenir les paramètres (comme la moyenne, l'écart-type,....), choisir **1VAR** ($\boxed{\textbf{F1}}$).

- Pour effacer une liste, placer le curseur sur une valeur de la liste à effacer, puis choisir **DEL-A** ($\boxed{\textbf{F4}}$) et valider par ($\boxed{\textbf{F1}}$).

On obtient :



Attention

L'écart-type est donné par $x\sigma n$.

Réponse : c.

c. On complète le tableau avec une ligne supplémentaire.

Nombre de buts	1	3	4	5	6	7
Nombre de matchs	1	3	5	3	1	3
Effectifs cumulés croissants	1	4	9	12	13	16

Méthode

Pour obtenir la médiane de cette série, on utilise les effectifs cumulés croissants.

Définition :

Une **médiane** d'une série statistique est un nombre, noté $\boldsymbol{M_e}$, tel que :
- 50% au moins des individus ont une valeur du caractère inférieure ou égale à $\boldsymbol{M_e}$;
- 50% au moins des individus ont une valeur du caractère supérieure ou égale à $\boldsymbol{M_e}$.

Valeur minimale $\xrightarrow{\text{toutes les valeurs rangées dans l'ordre croissant}}$ Valeur maximale

$\underset{\text{Au moins 50\%}}{\longleftrightarrow}$ $\boxed{\boldsymbol{M_e}}$ $\underset{\text{Au moins 50\%}}{\longleftrightarrow}$

Méthode

Dans le cas de variable discrète, $\boldsymbol{M_e}$ est définie à partir du rangement dans l'ordre croissant des valeurs, chacune figurant un nombre de fois égal à son effectif. On sépare les valeurs prises par le caractère en deux groupes de même effectif.

- **si l'effectif total est impair**, une valeur restera entre les deux demi-groupes. Cette valeur sera le médiane.
- **si l'effectif total est pair**, alors on prend comme valeur médiane la moyenne entre la dernière valeur du premier groupe et la première valeur du second groupe.

Il y a 16 matchs (nombre pair). On fait deux groupe de 8. La médiane est donc donnée par la moyenne de la huitième et neuvième valeur soit 4.

Réponse : a.

2. a. Les valeurs doivent être rangées dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{0\,;\,1\,;\,2\,;\,2\,;\,3\,;\,3\,;\,4\,;}_{\text{7 valeurs}}\ \underbrace{5}_{\text{Médiane}}\ ;\underbrace{5\,;\,6\,;\,7\,;\,8\,;\,8\,;\,8\,;\,11}_{\text{7 valeurs}}$$

Réponse : c.

b. L'écart interquartile est donné par $Q_3 - Q_1$.

- $\frac{15}{4} = 3,75$. Ainsi, Q_1 est la 4ième valeur soit $Q_1 = 2$.
- $\frac{3 \times 15}{4} = 11,25$. Ainsi, Q_3 est la 12ième valeur soit $Q_3 = 8$.

L'écart interquartile est donc : $Q_3 - Q_1 = 8 - 2 = 6$.

Réponse : d.

c. Le joueur le plus régulier est celui qui a un écart-type le plus petit. On détermine l'écart-type des valeurs de Rutenka avec la calculatrice. On trouve $\sigma \simeq 3,11$

Attention

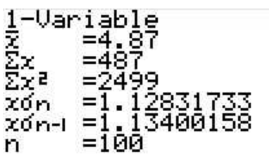
Pour définir les listes, on utilise la commande **CALC** ($\boxed{\textbf{F2}}$), puis choisir **SET** pour définir les listes :
Choisir **LIST1** pour **1VAR XLIST** et **1** pour **1VAR FREQ**. Valider les réglages avec $\boxed{\textbf{EXE}}$.

L'écart-type de la série de Rutenka est plus important que celui de Karabatic ($1,62 < 3,11$), on peut donc dire que le joueur le plus régulier est Karabatic.

Réponse : a.

Exercice 4

1. Avec la calculatrice, on obtient :



Moyenne

Le calcul de la moyenne "à la main" est :

$$\overline{x} = \frac{1 \times 2 + 11 \times 3 + 25 \times 4 + 33 \times 5 + 23 \times 6 + 7 \times 7}{1 + 11 + 25 + 33 + 23 + 7}$$

Réponse : d.

2. • Pour les non traités :

Nombre de jours	2	3	4	5	6	7
Effectifs	1	11	25	33	23	7
Effectifs cumulés croissants	1	12	37	70	93	100

$\frac{N}{4} = \frac{100}{4} = 25$.

Le premier quartile est donné par la 25ième valeur : c'est 4.

• Pour les traités :

Nombre de jours	1	2	3	4	5	6
Effectifs	9	32	36	10	5	8
Effectifs cumulés croissants	9	41	77	87	92	100

$\frac{3N}{4} = \frac{300}{4} = 75$.

Le troisième quartile est donné par la 75ième valeur : c'est 3.

Le troisième quartile des traités est inférieur au premier quartile des non traités. Ainsi, on peut dire que le traitement est efficace.

Réponse : a.