

---

## MATHEMATIQUES

### Loi binomiale : les démonstrations

---

Soit  $X$  une v.a. suivant la loi binomiale  $\mathcal{B}(n; p)$ .

Alors, pour tout entier  $k$  tel que  $0 \leq k \leq n$  :

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Dans l'arbre modélisant un schéma de Bernoulli à  $n$  épreuves, l'événement  $\{X = k\}$  est constitué de toutes les issues comportant  $k$  succès.

Ces issues ont toutes la même probabilité  $p^k \times (1 - p)^{n-k}$ .

Or le nombre de chemins réalisant  $k$  succès pour  $n$  répétitions sur l'arbre associé à un schéma de Bernoulli vaut

le coefficient binomial  $\binom{n}{k}$ . On obtient la formule en faisant la somme des probabilités de toutes ces issues, ce

qui revient à multiplier  $p^k \times (1 - p)^{n-k}$  par  $\binom{n}{k}$ .

Ainsi :

$$p(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$