GÉOMÉTRIE

6

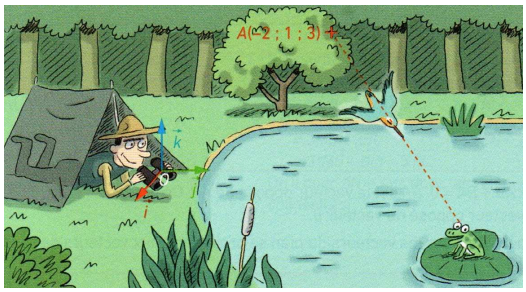
Représentations paramétriques et équations cartésiennes

Les savoir-faire du chapitre

- **60.** Déterminer et utiliser la représentation paramétrique d'une droite ou un plan.
- **61.** Déterminer et utiliser une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal.
- **62.** Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan ou sur une droite.

Le problème de Nabolos

Un ornithologue se situe à l'origine O d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.Il observe les mouvements d'un martin-pêcheur depuis les berges d'un lac modélisé par le plan $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Le lac est donc inclus dans ce plan.



L'oiseau repère sa proie dans l'eau ou aux abords du lac, puis effectue toujours le même vol rectiligne pour s'en saisir. L'ornithologue mesure la vitesse de l'oiseau en fonction des conditions atmosphériques. Quelques instants après son envol, le martin-pêcheur vole à une vitesse constante.

Le vecteur $\vec{V}$ a pour coordonnées $(10; 12; -15)$, chaque valeur étant exprimée en m.s^{-1}.

1) Le martin-pêcheur part de l'arbuste $A(-2; 1; 3)$ qui abrite son nid et repère dans sa ligne de mire une grenouille sur un nénuphar. Sa trajectoire est définie par le vecteur $\overrightarrow{AM} = t\vec{V}$ où t est en secondes. On peut exprimer chaque coordonnée du point représentant l'oiseau en fonction de t.

a) Aura-t-il atteint la surface du lac en un dixième de seconde ?

b) Au bout de combien de temps, l'oiseau atteindra-t-il le batracien ?

c) A cet instant fatal, où, sur le lac, se trouve exactement la grenouille ?

2) Au même moment, une libellule attire l'attention d'un autre martin-pêcheur qui passe près du roseau $R(-2; 2,5; 2)$. Cet oiseau vole de manière rectiligne, à une vitesse supposée constante ; les coordonnées du vecteur vitesse sont $(20; -10; 10)$, chaque valeur étant exprimée en m.s^{-1}. Les deux oiseaux vont-ils se percuter ?

S'entraîner

60 **Déterminer et utiliser la représentation paramétrique d'une droite.**

On munit l'espace d'un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les points $A(-3\,;\,2\,;\,4)$ et $B(-1\,;\,1\,;\,0)$. Écrire une représentation paramétrique de la droite (AB).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

60 **Déterminer et utiliser la représentation paramétrique d'une droite.**

On munit l'espace d'un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit Δ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

1) Donner un vecteur directeur de la droite Δ et un point de Δ.
2) Le point $M(-3\,;4\,;1)$ appartient-il à la droite Δ ?
3) Déterminer les coordonnées du point de Δ d'abscisse 0.
4) Donner les coordonnées de trois points de la droite Δ.
5) Déterminer une autre représentation paramétrique de Δ.
6) Soit Δ' la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$

   Etudier la position relative de Δ avec Δ'.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

61 **Déterminer et utiliser une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal.**

Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne du plan passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$:

1) $A(0\,;1\,;2)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$

2) $A(-1\,;4\,;1)$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}5\\-1\\2\end{pmatrix}$

61 **Déterminer et utiliser une équation cartésienne d'un plan connaissant un point et un vecteur normal.**

Dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace soit (d) la droite de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x &= -7+t \\ y &= 4+2t \quad , \ t\in\mathbb{R} \\ z &= -5-t \end{cases}$$

et le plan $(\mathscr{P})$ d'équation cartésienne :

$$-2x-3y+z-6=0.$$

Déterminer, s'il existe, les coordonnées du point d'intersection de (d) et de $(\mathscr{P})$.

62 **Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan ou sur une droite.**

`Les deux questions suivantes sont indépendantes.`

On considère un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace.

1) Soit d la droite passant par le point $A(1;-2,1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\\4\end{pmatrix}$.

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal du point $B(-15;-10;4)$ sur la droite d.

2) Soit $A(8;10;5)$ un point de l'espace et $\mathscr{P}$ le plan d'équation $2x+3y-z+1=0$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point A sur le plan $\mathscr{P}$.