

$$1) a_0 = 1500$$

On rappelle qu'une baisse de 40% correspond à une multiplication par $(1 - \frac{40}{100})$, soit 0,6.

$$\begin{aligned} a_1 &= a_0 - \frac{40}{100} a_0 + 400 \\ &= 0,6 \times a_0 + 400 \\ &= 0,6 \times 1500 + 400 \\ &= 1300 \end{aligned}$$

En 2011, la société comptait 1300 abonnés.

$$\begin{aligned} 2) a_{n+1} &= a_n - \frac{40}{100} a_n + 400 \\ a_{n+1} &= 0,6 a_n + 400 \end{aligned}$$

La suite (a_n) est arithmético-géométrique.

$$3) u_n = a_n - 1000$$

$$\begin{aligned} \text{donc } u_{n+1} &= a_{n+1} - 1000 \\ &= 0,6 a_n + 400 - 1000 \\ &= 0,6 a_n - 600 \\ &= 0,6 (a_n - 1000) \\ &= 0,6 u_n = q \times u_n \text{ (avec } q \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

(u_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 0,6$.

4) Relation de récurrence de (u_n) :

$$\begin{cases} u_0 = a_0 - 1000 = 1500 - 1000 = 500 \\ u_{n+1} = 0,6 u_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

On définit explicitement la suite (u_n) :

$$u_n = u_0 \times q^n = 500 \times 0,6^n$$

On en déduit le terme général de la suite (a_n) :

$$u_n = a_n - 1000$$

$$\text{donc } a_n = u_n + 1000 = 500 \times 0,6^n + 1000$$