

MATHÉMATIQUES

Combinatoire et dénombrement : corrigé entraînement savoir-faire (2)

Exercice 1

1. a. E est de cardinal 3.

L'ensemble des parties de E a donc pour cardinal $2^3 = 8$.

Parties

Soit $n \in \mathbb{N}$. Le nombre de parties de E est 2^n .

- b. Les parties de E sont $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1; 2\}, \{1; 3\}, \{2; 3\}$ et $\{1; 2; 3\}$.

2. a. Il y a $2^8 = 256$ parties de l'ensemble A .

- b. Le nombre de parties à 3 éléments de l'ensemble A vaut $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 8 \times 7 = 56$.

Symétrie

Dénombrer les parties à k éléments revient à dénombrer les parties à $(n - k)$ éléments qui en sont les complémentaires.

Ainsi, $\binom{n}{n-k} = \binom{n}{k}$.

- c. Puisque $5 = 8 - 3$, on a $\binom{8}{5} = \binom{8}{3} = 56$.

Il y a 56 parties à 5 éléments de l'ensemble A .

3. a. Il y a $\binom{10}{5} = 252$ combinaisons d'exercice possibles.

- b. Il reste à choisir 4 exercices sur les 9 restant soit $\binom{9}{4} = 126$ combinaisons.

- c. Le 10 étant un bonus, il faut choisir 5 exercices parmi 9, soit $\binom{9}{5} = 126$ possibilités.

Exercice 2

- Le nombre de combinaisons de 5 éléments parmi 49. Ce nombre est donné par $\binom{49}{5}$.

- Pour chacune de ces combinaisons, on complète en choisissant un nombre en 1 et 10 inclus, ce qui représente 10 possibilités.

Remarque

Le nombre de choix d'un nombre compris entre 1 et 10 inclus est $\binom{10}{1} = 10$.

Le nombre de combinaisons possibles est donc $\binom{49}{5} \times 10$, ce qui fait 19 068 840 possibilités.

Exercice 3

1. Le nombre de mains est $\binom{32}{5} = 201376$.

2. Le coeur est à choisir parmi les 8 coeurs du jeu et les 4 autres cartes parmi les 24 restantes, qui ne sont pas des coeurs.

D'après le principe multiplicatif, on a : $\binom{8}{1} \times \binom{24}{4} = 85008$.

Le nombre de mains ne contenant qu'un seul coeur est 85008.

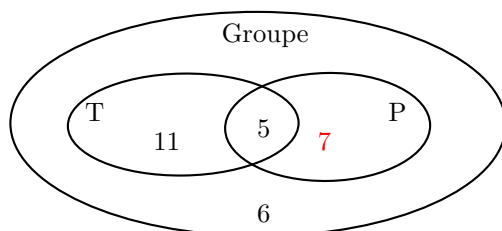
Exercice 4

• En notant T l'ensemble des sportifs qui pratiquent du tennis et P celui des sportifs pratiquant le ping-pong, on a :

T \ P	OUI	NON	Total
OUI	5	11	16
NON	7	6	13
NON	12	17	29

Par conséquent, il y a 29 personnes dans ce groupe.

• Avec un diagramme de Venn :



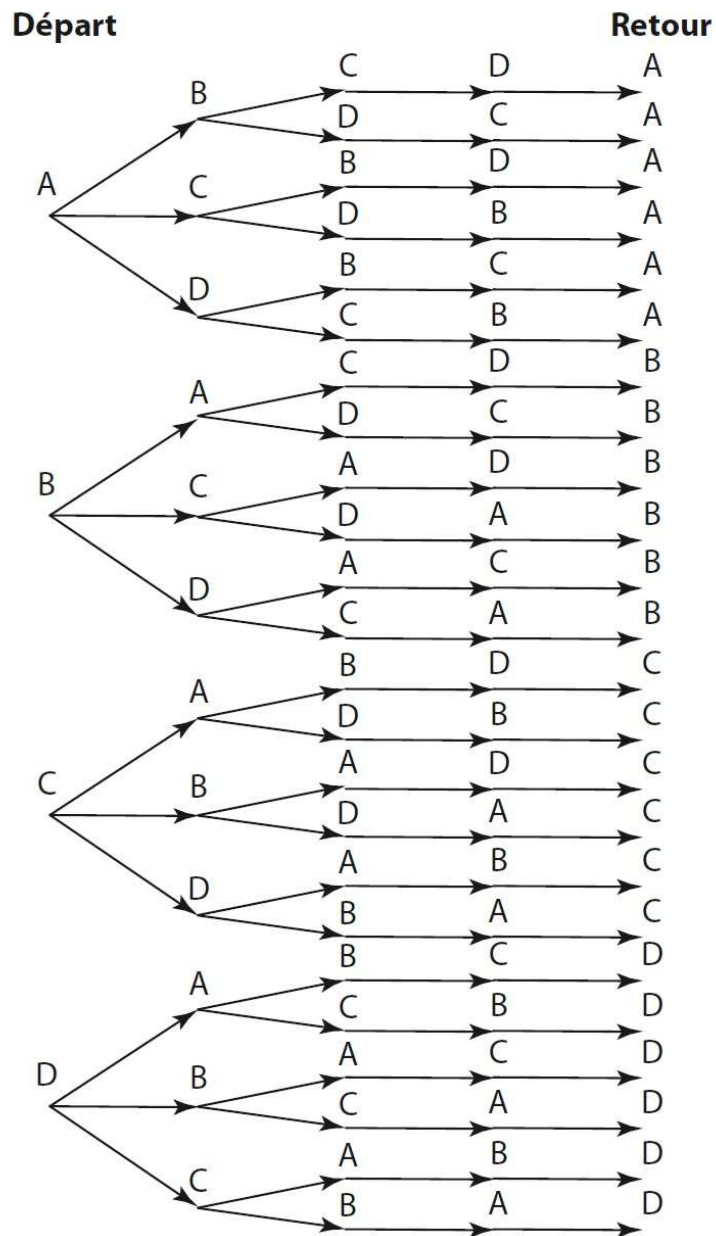
Attention

Il y a 12 personnes qui pratiquent le tennis et 5 qui pratiquent les deux sports. Ainsi, il y a 7 personnes qui pratiquent uniquement le tennis.

Le nombre total de sportifs est donc : $11 + 5 + 7 + 6 = 29$.

Exercice 5

On représente les issues à l'aide d'un arbre :



Il y a 24 trajets possibles.