MATHEMATIQUES
Fonctions trigonométriques : sujet entraînement

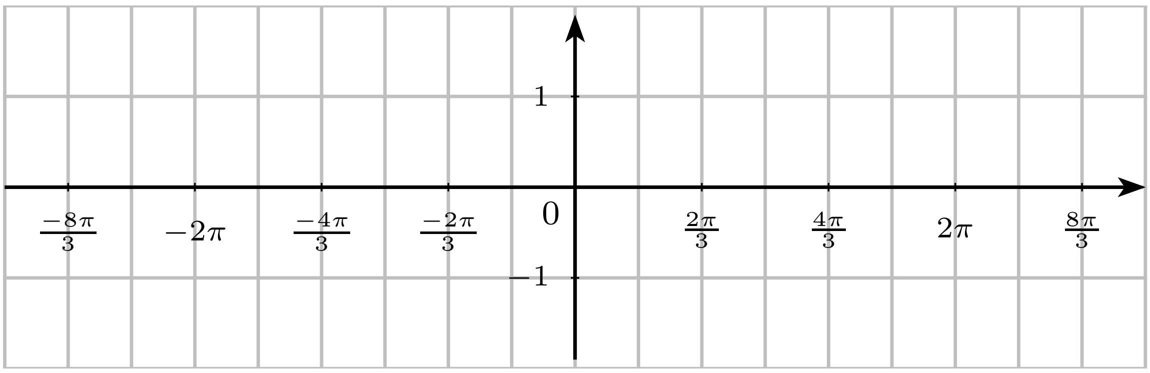
Exercice 1

On considère la fonction trigonométrique $f : x \longmapsto \cos^2(x) + \cos(x)$ définie sur $\mathbb{R}$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
Donner les solutions sur $[0\ ;\ 2\pi[$. Que peut-on en déduire graphiquement ?

2. a. Montrer que la fonction f est paire.
b. Justifier que la fonction est 2π-périodique.
c. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de f à $[0\ ;\ \pi]$.

3. a. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\ \ \pi]$.
b. Représenter la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère ci-dessous.



Exercice 2

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin^2 x + \cos x$$

$\mathscr{C}_f$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. a. Démontrer que f est périodique de période 2π.

b. Démontrer que l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de la courbe $\mathscr{C}_f$.

c. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude de f à $[0\ ;\ \pi]$.

2. Vérifier que pour tout réel x :

$$f'(x) = \sin x(2\cos x - 1)$$

3. a. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $[0\ ;\ \pi]$, puis dresser le tableau de variations de f sur $[0\ ;\ \pi]$.

b. Faire apparaître dans ce tableau la solution de l'équation $f(x) = 0$. On la notera α.

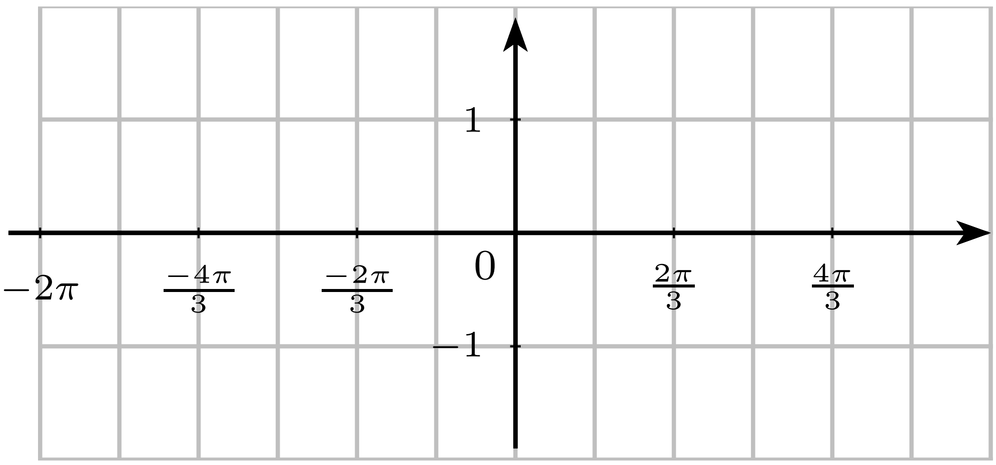
4. Représenter graphiquement f sur $[0\ ;\ \pi]$, puis sur $[-2\pi\ ;\ 2\pi]$.

5. a. Résoudre l'équation (E) :

$$X^2 - X - 1 = 0$$

b. Montrer que α est solution de l'équation $f(x) = 0$ si, et seulement si, $X = \cos\alpha$ est solution de (E).

c. En déduire la valeur exacte de $\cos\alpha$, et une approximation de α.



Exercice 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{3\sin x}{2 + \cos x}$$

1. Calculer $f'(x)$. Étudier son signe sur $[0\ ;\ \pi]$. En déduire les variations de f sur $[0\ ;\ \pi]$.

2. Calculer $f(-x)$. En déduire les variations de f sur $[-\pi\ ;\ \pi]$.

3. Montrer que f est 2π-périodique.

4. Tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f sur $[0\ ;\ \pi]$ puis sur $[-4\pi\ ;\ 4\pi]$.