

MATHEMATIQUES

Intégration : entraînement savoir-faire (1)

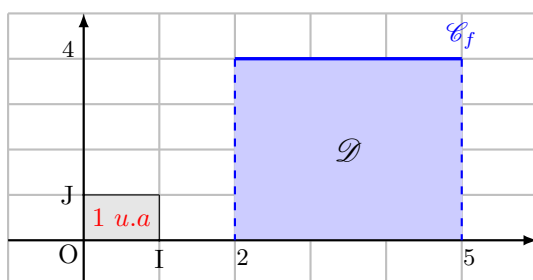
Chapitre 14 : Intégration.	Evaluation
140. Calculer une intégrale à l'aide d'aires simples.	●● ● ● ●● ●●
141. Calculer une intégrale à l'aide de primitives.	●● ● ● ●● ●●
142. Calculer une intégrale à l'aide d'une intégration par parties.	●● ● ● ●● ●●

Exercice 1 140

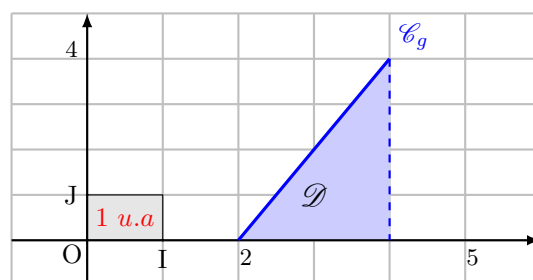
Dans chaque cas, exprimer l'aire du domaine $\mathcal{D}$ sous la forme d'une intégrale, puis déterminer l'aire de ce domaine.

1. Soit $(O; I; J)$ un repère orthogonal.

a. f est définie sur $[2; 5]$.



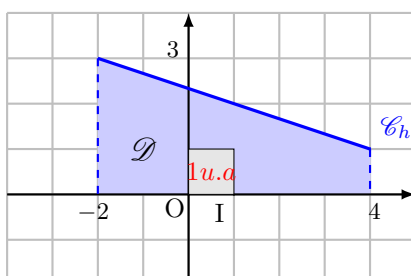
b. g est définie sur $[2; 4]$.



2. Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé.

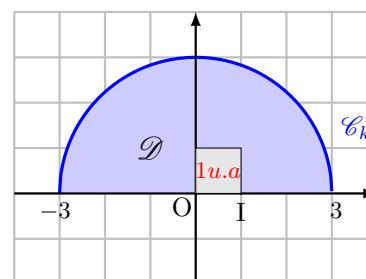
a. h est définie sur $[-2; 4]$ par :

$$h(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$



b. k est définie sur $[-3; 3]$ par :

$$k(x) = \sqrt{9 - x^2}$$



Exercice 2 141

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes et les interpréter graphiquement :

1. $A = \int_0^3 (x + 4) \, dx$

2. $B = \int_1^2 \frac{1}{x^2} \, dx$

3. $C = \int_{-1}^3 x^2 + 1 \, dx$

Exercice 3 141

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes :

1. $A = \int_{-3}^3 (x^2 - 3x + 1) \, dx$

3. $C = \int_{-2}^1 2e^{2x+1} \, dx$

2. $B = \int_2^6 \left(\frac{x^2}{2} - 1 \right) \, dx$

4. $D = \int_1^2 \frac{1}{x} + 2 \, dx$

[illegible]

Exercice 4 141

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_{-1}^1 (-x^2 + 4x - 1) \, dx \quad ; \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos(x) - 3 \sin(x) \, dx \quad ; \quad \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \, dx \quad ; \quad \int_1^e \frac{\ln(x)}{x} \, dx \quad ;$$

[illegible]

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 5

142

En utilisant une intégration par partie :

1. Calculer de $\int_0^1 te^t dt$.
2. Calculer $\int_0^\pi x \sin x dx$?
3. Trouver une primitive sur l'intervalle $]0; +\infty[$ de la fonction $f : x \mapsto \ln x$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 6

141

142

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\text{pour tout entier naturel } n \text{ non nul, } u_n = \int_0^1 (1-t)^n e^t dt.$$

1. Montrer que la fonction $f : t \mapsto (2-t)e^t$ est une primitive de $g : t \mapsto (1-t)e^t$ sur $[0 ; 1]$.
En déduire la valeur de u_1 .
2. Montrer à l'aide d'une intégration par parties que, pour tout n non nul,

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1$$