MATHEMATIQUES
Suites. Limites de suites : entraînement savoir-faire

Chapitre 3 : Suites. Limites de suites.	**Evaluation**
30. Déterminer une limite en utilisant la définition.	●● | ● | ● | ● | ●●
31. Étudier la limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient.	●● | ● | ● | ● | ●●
32. Déterminer une limite par minoration, majoration, encadrement.	●● | ● | ● | ● | ●●
33. Connaître et utiliser le théorème de convergence des suites monotones.	●● | ● | ● | ● | ●●
34. Déterminer la limite éventuelle d'une suite géométrique.	●● | ● | ● | ● | ●●
35. Déterminer un seuil à l'aide d'un algorithme.	●● | ● | ● | ● | ●●

Exercice 1 30

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = 3n + 6$.

1. A partir de quel rang a-t-on $u_n > 10000$?

2. A l'aide de la définition, montrer que (u_n) diverge vers $+\infty$.

.....
.....
.....
.....

Exercice 2 30

Montrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \sqrt{n}$ a pour limite $+\infty$ en $+\infty$.

.....
.....
.....
.....

Exercice 3 30

Soit I un intervalle ouvert contenant 1 : un tel intervalle est de la forme $]1 - r, 1 + r'[$ avec $r > 0$ et $r' > 0$.
Montrer que l'on a $1 - r < \dfrac{n+1}{n} < 1 + r'$, c'est-à-dire $1 - r - \dfrac{n+1}{n} < 0$ **et** $1 + r' - \dfrac{n+1}{n} > 0$, à partir d'un certain rang.
En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n+1}{n}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4 31

1. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2 - \dfrac{1}{n} + 3^n$.

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2 + n$.

3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2n^3+3}{5n^4+8n^2-n}$.

Exercice 5 32

Déterminer en utilisant les théorèmes de comparaison et des gendarmes :

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 - (-1)^n$.

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sin\left(n^2\right)}{n}$.

Exercice 6 33

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer par récurrence que $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et en déduire que (u_n) est convergente.

Exercice 7 34

Déterminer, lorsqu'elle existe, la limite des suites suivantes :

$$u_n = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \qquad v_n = \frac{4}{3 + 2 \times (-0,8)^n} \qquad w_n = -2 \times 1,7^n \times 0,9^{n+1} \qquad t_n = 2 \times (-1,3)^n$$

Exercice 8 35

On considère l'algorithme ci-dessous :

$U \longleftarrow 80$

$N \longleftarrow 0$

Tant que $U \leqslant 114$:

  $N \longleftarrow N + 1$

  $U \longleftarrow 0{,}75U + 30$

Fin Tant que

$N \longleftarrow 2015 + N$

1. Compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats au millième près.

N	0									
U	80									
$U \leqslant 114$	Vrai									

2. Quelle valeur se trouve dans la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

. . . . . .